

2021

PHYSICS — GENERAL

Paper : GE/CC-1

(Mechanics)

Full Marks : 50

Candidates are required to give their answers in their own words
as far as practicable.

প্রাপ্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।

১নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

১। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

২×৫

(ক) যদি ভেক্টর $\vec{A} = (2\hat{i} + a\hat{j} + \hat{k})$ এবং $\vec{B} = (4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k})$ পরস্পরের সঙ্গে উল্লম্ব হয় তাহলে 'a'-এর মান নির্ণয় করো।

(খ) স্থির মানের একটি ভেক্টর রাশি $\vec{A}(t)$ -এর জন্য $(|\vec{A}(t)| = \text{প্রবক})$, দেখাও যে $\vec{A} \cdot \frac{d\vec{A}}{dt} = 0$ ।

(গ) দেখাও যে $\vec{F} = a(\vec{v} \times \hat{k})$ একটি কার্যহীন বল। এখানে a একটি প্রবক এবং \vec{v} বেগ নির্দেশ করছে।

(ঘ) জড়তা ভ্রামক কাকে বলে?

(ঙ) নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রটি লেখো।

(চ) একটি কণার গতিপথ $x = A \exp(i\omega t) + B \exp(-i\omega t)$ সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত যেখানে A এবং B প্রবক। দেখাও যে কণাটি সরল দোলগতি সম্পন্ন করে।

(ছ) 5 mm ব্যাসার্ধের একটি সাবান বুদ্ধবুদ্ধের ভিতরে অতিরিক্ত চাপ নির্ণয় করো। প্রদত্ত, সাবান দ্রবণের পৃষ্ঠটান 0.03 N/m।

২। (ক) $\phi(x, y, z) = 3x^2y - y^3z^2$ হলে (1, 2, -1) বিন্দুতে $\vec{\nabla}\phi$ নির্ণয় করো।

(খ) a প্রবকটির কোন্ মানের জন্য $\vec{A} = (2x + y)\hat{i} + (z - ay)\hat{j} + (x^2y + z)\hat{k}$ ভেক্টরক্ষেত্রটি সলিনয়ডাল হবে?

(গ) প্রমাণ করো $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$ ।

৩+৩+৪

৩। (ক) সংরক্ষী বল বলতে কী বোঝো? দেখাও যে $\vec{F}(\vec{r}) = \frac{k}{r^2} \hat{r}$ ($k = \text{প্রবক}$) একটি সংরক্ষী বল। সংশ্লিষ্ট স্থিতিশক্তি নির্ণয় করো।

(খ) কোনো কণাসমষ্টির ভরকেন্দ্রের সংজ্ঞা দাও। R ব্যাসার্ধের একটি সুম অর্ধবৃত্তাকার চাকতির ভরকেন্দ্রের অবস্থান নির্ণয় করো।

(১+৩+২)+(১+৩)

Please Turn Over

- ৪। (ক) আবর্তনের কার্যকর ব্যাসার্ধ বলতে কী বোঝো?
 (খ) জাড্য ভ্রামক সংক্রান্ত 'লম্ব অক্ষসমূহের উপপাদ্য' বিবৃত ও ব্যাখ্যা করো।
 (গ) 'm' ভর এবং 'L' দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি সরু ও সুসম দণ্ডের দৈর্ঘ্যের মধ্যবিন্দু দিয়ে এবং দৈর্ঘ্যের অভিলম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে ওই দণ্ডের জাড্য ভ্রামক নির্ণয় করো। ২+(২+৩)+৩
- ৫। (ক) কেন্দ্রীয় বলক্ষেত্র বলতে কী বোঝো? দুটি উদাহরণ দাও। দেখাও যে কেন্দ্রীয় বলের অধীনে কণার গতি সমতলীয় হয়।
 (খ) গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের সূত্রগুলি বিবৃত করো। (২+২+৩)+৩
- ৬। (ক) পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠের স্থিতিশক্তি বলতে কী বোঝো?
 (খ) $Y = 3K(1 - 2\sigma)$ সম্পর্কটি প্রতিষ্ঠা করো, যেখানে চিহ্নগুলি প্রচলিত অর্থে ব্যবহৃত হয়েছে।
 (গ) একটি তারের মোচড়ের জন্য প্রতি একক আয়তনে কৃতকার্যের মান দেখাও যে, $\frac{1}{2} \times$ কুন্তন পীড়ন \times কুন্তন বিকৃতির সমান। ৩+৪+৩
- ৭। (ক) অবমন্দিত কম্পন বলতে কী বোঝো?
 (খ) m ভরের একটি কণার উপর একটি প্রত্যনায়ক বল sx , একটি মন্দনবল kv ক্রিয়াশীল, যেখানে x এবং v যথাক্রমে তাৎক্ষণিক সরণ ও বেগ নির্দেশ করছে। s এবং k ধ্রুবক। কণাটির গতির অবকল সমীকরণটি লেখো এবং সমাধান করো।
 (গ) ক্রিটিকাল অবমন্দনের শর্ত লেখো এবং x vs. t লেখচিত্র আঁকো। ২+(২+৩)+(১+২)

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

Answer **question no. 1** and **any four** questions from the rest.

1. Answer **any five** questions :

2×5

- (a) Determine the value of 'a' so that $\vec{A} = (2\hat{i} + a\hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{B} = (4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k})$ are perpendicular to each other.
- (b) For a vector $\vec{A}(t)$ of constant magnitude ($|\vec{A}(t)| = \text{constant}$), show that $\vec{A} \cdot \frac{d\vec{A}}{dt} = 0$.
- (c) Show that $\vec{F} = a(\vec{v} \times \hat{k})$ is a no-work force. Here a is a constant and \vec{v} is the velocity.
- (d) Define moment of inertia.
- (e) State Newton's Law of gravitation.

- (f) The trajectory of a particle is given by $x = A \exp(i\omega t) + B \exp(-i\omega t)$, where A and B are constants. Show that the particle executes simple harmonic motion.
- (g) Find the excess pressure inside a soap bubble of radius 5 mm. Given, the surface tension of soap solution is 0.03 N/m.
2. (a) If $\phi(x, y, z) = 3x^2y - y^3z^2$, find $\vec{\nabla}\phi$ at point $(1, 2, -1)$.
- (b) Find the constant a such that the vector field $\vec{A} = (2x + y)\hat{i} + (z - ay)\hat{j} + (x^2y + z)\hat{k}$ becomes solenoidal.
- (c) Prove that $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$. 3+3+4
3. (a) What do you mean by conservative force? Show that $\vec{F}(\vec{r}) = \frac{k}{r^2} \hat{r}$ ($k = \text{constant}$) is a conservative force. Find the corresponding potential energy.
- (b) Define the centre of mass of a system of particles. Find out the position of the centre of mass of a uniform semicircular disc of radius R . (1+3+2)+(1+3)
4. (a) What do you mean by radius of gyration?
- (b) State and prove perpendicular axes theorem.
- (c) Calculate the moment of inertia of a thin uniform rod of mass ' m ' and length ' L ' about an axis passing through its centre and perpendicular to its length. 2+(2+3)+3
5. (a) What do you mean by central force field? Give two examples. Show that motion under central force occurs in a plane.
- (b) State Kepler's laws of planetary motion. (2+2+3)+3
6. (a) Define surface tension and surface energy.
- (b) Establish the relation $Y = 3K(1 - 2\sigma)$, where the symbols have their usual meanings.
- (c) Show that the work done per unit volume in twisting a wire is equal to $\frac{1}{2} \times \text{shearing stress} \times \text{shearing strain}$. 3+4+3
7. (a) What do you mean by damped vibration?
- (b) A particle of mass ' m ' is acted upon by a restoring force sx and a damping force kv , where x is displacement, v is instantaneous velocity and s and k are constants. Write down the differential equation of motion of that particle and solve it.
- (c) Write the condition of critical damping and plot x vs. t for critically damped case. 2+(2+3)+(1+2)
-