
1A.8 গ্যাসের গভীয় তত্ত্ব [Kinetic theory of gases]

বয়েল, চার্লস, অ্যাভোগাড্রো বা ডালটনের পরীক্ষালব্ধ সূত্রগুলি থেকে গ্যাসের অবস্থাগত সমীকরণ ($Pv = nRT$) পাওয়া সম্ভব হয়েছে। এই সূত্রগুলি ও গ্যাসের অবস্থার সমীকরণ প্রকৃতি নির্বিশেষে সব গ্যাসই

মেনে চলে। ফলে বিজ্ঞানীরা বহুদিনের চেষ্টায় একটি যান্ত্রিক মডেলের কল্পনা করার চেষ্টা করেন যার ভিত্তিতে পরীক্ষালব্ধ সূত্রগুলি অনায়াসে ব্যাখ্যা করা যায়। ক্লসিয়াস (Clausius), ম্যাক্সওয়েল (Maxwell), বোলৎসমান (Boltzmann) প্রভৃতি যুগান্তকারী বিজ্ঞানীদের সফল প্রচেষ্টায় আদর্শ গ্যাসের গঠন ও ব্যবহার সম্পর্কে যুক্তি সঙ্গত কয়েকটি স্বীকার্যের (postulates) ভিত্তিতে একটি মডেল রচনা করা সম্ভব হয়েছে।

গতিতত্ত্বের মূল স্বীকার্য সমূহ (Main postulates of The Kinetic Theory) :

তত্ত্বকে প্রতিষ্ঠা করতে গেলে প্রথমে কতকগুলি বিষয় স্বীকার করতে হয়। এই গুলিকে স্বীকার্য বলে। স্বীকার্যগুলি (postulates) আসলে যুক্তিসঙ্গত কিন্তু কিছু অপ্রমাণিত অঙ্গীকার সমূহ (assumptions) মাত্র। গতীয় তত্ত্বের মুখ্য স্বীকার্যগুলি নিম্নরূপ—

- (i) গ্যাসমাত্রই অসংখ্য ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সমভরের কণিকা বা অণুর সমবায়ে গঠিত।
- (ii) গ্যাসের অণুগুলি নিরন্তর সরলরৈখিক পথে সবদিকে ধাবিত হচ্ছে। ফলে অণুগুলি পরস্পরের সঙ্গে এবং পাত্রের অভ্যন্তরে দেওয়ালের গায়ে অবিরাম ধাক্কা দিচ্ছে। এবং প্রতিটি সংঘর্ষের ফলে অণুর দিক পরিবর্তন হচ্ছে।
- (iii) গ্যাস অণুগুলির প্রতিটি সংঘর্ষই সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক (elastic)। ফলে গতিশক্তির কোনো পরিবর্তন হয় না।
- (iv) পাত্রের দেওয়ালে গ্যাস অণুগুলির সংঘর্ষের ফলে গ্যাসের চাপের সৃষ্টি হয়।
[সংঘর্ষ সংখ্যা বাড়লে চাপ বাড়ে। ফলে স্থির আয়তনে উষ্ণতা বৃদ্ধিতে বা স্থির উষ্ণতায় পাত্রের আয়তন কমালে গ্যাসের চাপ বাড়ে।]
- (v) গ্যাস অণুগুলির মধ্যে কোনো আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল নেই।
- (vi) গ্যাস অণুগুলি বিন্দুসদৃশ এবং পাত্রের আয়তনের তুলনায় অণুর আয়তন খুবই নগণ্য।
- (vii) গ্যাস অণুগুলির গড় গতীয় শক্তি গ্যাসের পরম উষ্ণতার (T) সমানুপাতিক।

1A.9 গ্যাসের অণুগুলির বিভিন্ন গড় গতিবেগ :

যে কোনো পরিমাণ গ্যাস অসংখ্য অণু সমাহারে গঠিত। গ্যাস অণুগুলি সর্বদা সঞ্চারশীল এবং ইতস্তত সংঘর্ষের ফলে অণুগুলির গতির মান ও অভিমুখ সর্বদাই পরিবর্তিত হয়। সুতরাং গ্যাসের গতিবেগ বলতে অণুগুলির গড় গতিবেগ বলা হয়। পরিস্থিতি বিচারে বিভিন্ন গড় গতিবেগের আলোচনা করা যায়।

- (i) **গড়বেগ (average velocity)** : ধরা যাক একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসে n সংখ্যক গ্যাস অণু বর্তমান। যদি এর মধ্যে n_1 সংখ্যক অণুর বেগ C_1 , n_2 সংখ্যক অণুর বেগ C_2 ইত্যাদি হয় তবে গড় বেগ হবে:

$$\text{গড় বেগ} = \frac{n_1 C_1 + n_2 C_2 + \dots}{n_1 + n_2 + \dots} = \frac{\sum n_i C_i}{n}$$

$$\text{যেখানে } n_1 + n_2 + n_3 + \dots = n \dots \dots \dots (1A.13)$$

এবং $i = 1, 2, 3, \dots$ ইত্যাদি।

এই গড়বেগ প্রকৃত পক্ষে গড় দ্রুতি। এখানে বেগের ধনাত্মক মানই ধরা হয়েছে। কিন্তু বেগের ঋণাত্মক সম্ভাবনাকে ধরা হয়নি। অণুগুলির সর্বদিকে গতি ধরলে গড় মান শূন্য হবার সম্ভাবনা থাকে যা অণুগুলির স্থিতিশীলতাকে নির্দেশ করে। গতিশীল গ্যাস অণুর ক্ষেত্রে যা বাস্তব নয়।

ধরা যাক সংক্ষেপে গ্যাসের একটি অণুর বেগ C_1 এবং অপর একটি অণুর মান $-C_1$ । সেক্ষেত্রে দুটি অণুর গড়বেগ $\frac{C_1 + (-C_1)}{2} = 0$

সুতরাং গড় গতিবেগ নির্ণয়ের পদ্ধতির দুর্বলতা আছে। এই গড়বেগ অবশ্য গতীয় তত্ত্বের সমীকরণে ব্যবহৃত হয় না।

✓ (H) গড় বর্গবেগের বর্গমূল (Root mean square velocity) :

“সবগুলি অণুর গতিবেগের বর্গ নিয়ে এবং তার গড়ের বর্গমূল নিয়ে যে গতিবেগ পাওয়া যায় তাকে গড় বর্গবেগের বর্গমূল বলা হয়।”

গ্যাসের মোট গতীয় শক্তি $\frac{1}{2} MC^2$ নির্ণয়ে এই গড়বেগের ব্যবহার হয়। এখন মোট অণুর সংখ্যা n হলে যদি n_1 সংখ্যক অণুর বেগ C_1 , n_2 সংখ্যক অণুর C_2 ইত্যাদি হয় তবে

$$\begin{aligned} \text{গড় বর্গবেগের বর্গমূল} &= \sqrt{\frac{n_1 C_1^2 + n_2 C_2^2 + \dots}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots}} \\ &= \sqrt{\frac{n_1 C_1^2 + n_2 C_2^2 + \dots}{n}} \\ &= \sqrt{\frac{\sum n_i C_i^2}{n}} \end{aligned} \quad (1A.14)$$

উপরের উদাহরণ নিলে দেখা যায় গড় বর্গবেগের বর্গমূল কখনও শূন্য হবে না। কারণ একটি রাশির (ধনাত্মক বা ঋণাত্মক) বর্গ সর্বদা ধনাত্মক। সুতরাং সমবেগসম্পন্ন কিন্তু বিপরীত অভিমুখ যুক্ত দুটি অণুর ক্ষেত্রেও

$$c_{rms} = \sqrt{\frac{3.R.T}{M}}, c_{ave} = \sqrt{\frac{8.R.T}{\pi.M}}, c_m = \sqrt{\frac{2.R.T}{M}}$$

r.m.s. Velocity Average velocity Most Probable Velocity

$$\text{গড় বর্গবেগের বর্গমূল} = \sqrt{\frac{C_1^2 + (-C_1)^2}{2}} = \sqrt{\frac{2C_1^2}{2}} = C_1$$

(iii) সর্বোচ্চ সম্ভাব্য গতিবেগ (Most probable velocity) C_m : স্ননবরত সংঘর্ষের ফলে গ্যাসের অণুগুলির বেগ প্রায় শূন্য থেকে অতিউচ্চ হতে পারে। ফলে সব অণুর গতিবেগ নিয়ে গড়বেগের ধারণা সর্বদা অর্থবহ হয় না। এবং নির্দিষ্ট উষ্ণতায় অধিকাংশ অণুর গতিবেগ একটি নির্দিষ্ট মানের মধ্যে অবস্থান করে। সুতরাং একথা বলা যায় :

'নির্দিষ্ট উষ্ণতায় কোনো গ্যাসের সর্বাধিক সংখ্যক অণু যে গতিবেগে সম্ভরণশীল থাকে তাকে সর্বাধিক সম্ভাব্য গতিবেগ (C_m) বলে' C_m এর মান উষ্ণতা ও গ্যাসের মোট আয়তনের উপর নির্ভর করে।

1A.10 গ্যাসের গতীয় তত্ত্ব এবং চাপের সমীকরণ : [Kinetic theory of gases and pressure equation]:

গ্যাসের গতীয় তত্ত্বের স্বীকার্যগুলি (1A.8 অনুচ্ছেদ) অনুসরণ করে এবং বলবিদ্যার নিয়মানুসারে গ্যাসের চাপ উপপাদন করা যায়। নিউটনের বলের সংজ্ঞা অনুযায়ী

বল = ভরবেগের পরিবর্তনের হার

এবং চাপ $\frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{\text{ভরবেগের পরিবর্তনের হার}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$

সুতরাং প্রতি সেকেন্ডে ভরবেগের পরিবর্তন নির্ণয় করে চাপের মান পাওয়া যাবে। ধরা যাক V আয়তনযুক্ত একটি ঘনকের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য l , ঐ ঘনকে একটি গ্যাসের N সংখ্যক অণু আছে। প্রতি অণুর ভর m এবং অণুগুলি সবদিকে বিভিন্ন গতিতে ধাবিত হয়ে ঘনকের দেওয়ালে প্রতিনিয়ত আঘাত দেওয়ার ফলে চাপের সৃষ্টি হচ্ছে। (চিত্র 1A.4)

মনেকরি অণুগুলির গড় গতিবেগ C [মোট গতীয় শক্তির সঙ্গে মিল রেখে এখানে গড় বর্গবেগের বর্গমূলকে (root mean square) গড় গতিবেগ ধরা হয়]। এবং প্রত্যেকটি অণু C গতিবেগে ধাবিত হয়। এই গড় গতিবেগ C কে ঘনকের পার্শ্বদেশের সমান্তরাল X, Y, Z অক্ষ বরাবর তিনটি পারস্পরিক লম্ব উপাংশে (Component) বিভেদন (resolution) করা সম্ভব। যার ফলে তিনটি উপাংশ গতিবেগ C_x, C_y, C_z এবং লম্ব (resultant) গতিবেগ C এর সম্পর্কটি হল

$$C^2 = C_x^2 + C_y^2 + C_z^2 \text{ (বলবিদ্যার নিয়ম অনুসারে)}$$

এখন মনে করি X অক্ষ বরাবর অণুটি G ও H দুটি সমান্তরাল এবং বিপরীত দেওয়ালে লম্বভাবে আঘাত করে। অণুর প্রতিটি সংঘর্ষ স্থিতিস্থাপক ধরা হয়েছে। ফলে অণুটি G তলে যদি C_x গতিবেগে আঘাত

করে তবে এটি গতিবেগ অপরিবর্তিত রেখে বিপরীত মুখে ($-C_x$ বেগে) ফিরে আসে। অর্থাৎ আঘাত করার সময় ভরবেগ যদি mC_x হয় তবে প্রতিহত হওয়ার সময় ভরবেগ হবে $-mC_x$ । ফলে সংঘর্ষের জন্য ভরবেগের পরিবর্তন = প্রারম্ভিক ভরবেগ

$$- \text{অন্তিম ভরবেগ} = mC_x - (-mC_x) = 2mC_x।$$

যেহেতু বিপরীত দুটি দেওয়াল G ও H এর মধ্যে দূরত্ব l সুতরাং, X-অক্ষ বরাবর দুটি বিপরীত দেওয়ালে প্রতিসেকেন্ডে

$$\text{মোট সংঘর্ষ সংখ্যা} \frac{C_x}{l}$$

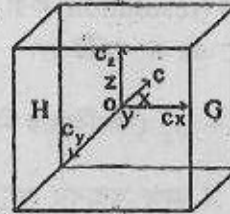
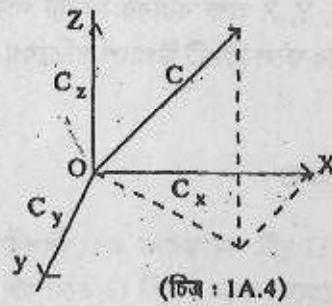
অতএব প্রতি সেকেন্ডে X-অক্ষ বরাবর দুটি বিপরীত দেওয়ালে প্রযুক্ত একটি অণুর ভরবেগের পরিবর্তন

$$= 2mC_x \times \frac{C_x}{l} = \frac{2mC_x^2}{l}$$

অনুরূপভাবে Y ও Z অক্ষ বরাবর প্রতিফলনে দুটি বিপরীত দেওয়ালের কথা বিচার করলে একটি অণুর প্রতি সেকেন্ডে ভরবেগের পরিবর্তন যথাক্রমে $\frac{2mC_y^2}{l}$ এবং $\frac{2mC_z^2}{l}$ ।

সুতরাং ঘনকের ছয়টি দেওয়ালে একটি অণুর প্রতি সেকেন্ডে মোট ভরবেগের পরিবর্তন

$$\begin{aligned} &= \frac{2mC_x^2}{l} + \frac{2mC_y^2}{l} + \frac{2mC_z^2}{l} \\ &= \frac{2m(C_x^2 + C_y^2 + C_z^2)}{l} \\ &= \frac{2mC^2}{l} \end{aligned}$$



সুতরাং N সংখ্যক অণুর জন্য প্রতি সেকেন্ডে ভরবেগের মোট পরিবর্তন $= \frac{2mNC^2}{l}$

নিউটনের সূত্র অনুযায়ী প্রতি সেকেন্ডে ভরবেগের পরিবর্তন = বল।

$$\text{সুতরাং বল} = \frac{2mNC^2}{l}$$

এই বল ঘনকের ছয়টি তলের উপর প্রযুক্ত চাপের সমান।

এবং ঘনকের ছয়টি তলের ক্ষেত্রফল $= 6l^2$ (একটি তলের ক্ষেত্রফল $= l^2$)

যেহেতু চাপ $= \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$ সুতরাং প্রতিটি তলের উপর চাপ $= P$

$$\therefore P = \frac{2mNC^2}{l} \times \frac{1}{6l^2} = \frac{1}{3} \frac{mNC^2}{l^3} = \frac{1}{3} \frac{mNC^2}{V} \quad [\text{ঘনকের আয়তন } V = l^3]$$

(1A.15)

$$\text{অর্থাৎ } PV = \frac{1}{3} mNC^2$$

এই সমীকরণটিকে বলা হয় গ্যাসের গতিয় সমীকরণ।

অণুগুলির মোট ভর mN এবং আয়তন V হলে, ঘনত্ব $= \frac{mN}{V}$

$$\text{সুতরাং সমীকরণটি লেখা যায় } P = \frac{1}{3} \rho c^2$$

[$PV = \frac{1}{3} mNC^2$ গ্যাসের গতিয় তত্ত্বের ফলশ্রুতি ফলে আদর্শ গ্যাস সমীকরণকে ব্যাখ্যা করতে

সক্ষম]

চাপের এই সমীকরণটি ঘনকের ক্ষেত্রে উপপাদিত হলেও যে কোন আকারের পাত্রের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। সেক্ষেত্রে পাত্রের মোট আয়তনকে অসংখ্য ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র ঘনকের সমবায়ে ঘটিত বলে কল্পনা করা যায় এবং দুটি সমিহিত ঘনকের সাধারণ তলের বিপরীতমুখী চাপকে সমান ও প্রশমিত ধরে নেওয়া হয়। পাত্রের দেওয়াল সংলগ্ন ঘনকগুলি বহিমুখী চাপগুলিই কেবল মাত্র গণনায় অবশিষ্ট থাকে]

1A.11 গ্যাসের গতিয় সমীকরণ থেকে গ্যাসীয় সূত্র সমূহের উপপাদন : [Derivation of the gas laws from Kinetic equation] :

গ্যাসের গতিয় সমীকরণ $PV = \frac{1}{3} mNC^2$ গ্যাসের গতিয় তত্ত্বের ভিত্তিতে উপপাদিত হলেও এই সমীকরণ থেকে পরীক্ষালব্ধ সূত্রগুলিতে উপনীত হওয়া যায়। ফলে সমীকরণ ও উহার পিছনের যুক্তিগুলির সত্যতা গ্রহণযোগ্য হয়েছে। প্রকল্পগুলি অবশেষে তত্ত্ব হিসাবে গৃহীত হয়েছে।

(a) বয়েলের সূত্র :

$$PV = \frac{1}{3} mNC^2 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} mNC^2$$

$$= \frac{2}{3} \cdot N \cdot \frac{1}{2} m C^2$$

$$= \frac{2}{3} \text{ মোট গভীয় শক্তি [গভীয় তত্ত্ব অনুযায়ী] (যেহেতু গভীয়শক্তি } \propto T) \\ = KT$$

$$= \frac{2}{3} KT \dots\dots\dots (1A.16)$$

$\therefore PV = K'$ [K' ধ্রুবক যখন T স্থির]

সুতরাং $P \propto \frac{1}{V}$ যখন T অপরিবর্তিত থাকে।

অর্থাৎ বয়েলের সূত্রে উপনীত হওয়া সম্ভব হয়েছে।

(b) চার্লসের সূত্র :

একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের ক্ষেত্রে

$$PV = \frac{1}{3} mNC^2 = \frac{2}{3} KT \quad (K = \text{ধ্রুবক})$$

$$\text{অথবা } V = \left(\frac{2}{3} \frac{K}{P} \right) T \dots\dots\dots (1A.17)$$

সুতরাং নির্দিষ্ট চাপে $V \propto T$ যখন P অপরিবর্তিত থাকে।

সুতরাং চার্লসের সূত্রে উপনীত হওয়া সম্ভব হয়েছে।

(c) অ্যাডোগাজো সূত্র :

একই চাপ (P) এবং সমান আয়তনের (V) দুটি ভিন্ন গ্যাসের ক্ষেত্রে

$$PV = \frac{1}{3} m_1 N_1 C_1^2 \quad \text{প্রথম গ্যাস}$$

$$PV = \frac{1}{3} m_2 N_2 C_2^2 \quad \text{দ্বিতীয় গ্যাস}$$

$$\text{অতএব } \frac{1}{3} m_1 N_1 C_1^2 = \frac{1}{3} m_2 N_2 C_2^2 \quad (1A.18)$$

$$\text{অথবা } \frac{2}{3} N_1 \cdot \frac{1}{2} m_1 C_1^2 = \frac{2}{3} N_2 \cdot \frac{1}{2} m_2 C_2^2$$

আবার দুটি গ্যাসের উষ্ণতা এক হলে প্রত্যেক অণুর গড় গতিশক্তি (mean kinetic energy) সমান হবে

$$\text{অর্থাৎ } \frac{1}{2} m_1 C_1^2 = \frac{1}{2} m_2 C_2^2 \quad \dots\dots\dots(1A. 19)$$

$$\therefore N_1 = N_2 \text{ হয়।}$$

অর্থাৎ একই উষ্ণতা ও চাপে সম আয়তন দুটি গ্যাসের অণুর সংখ্যা সমান। এটাই অ্যাডোলাভ্রো সূত্র।

(d) গ্রাহামের গ্যাস ব্যাপন সূত্র :

$$\text{গ্যাসের গতিশক্তি সমীকরণ } PV = \frac{1}{3} mNC^2$$

$$\text{অথবা } C = \sqrt{\frac{3PV}{mN}} = \sqrt{\frac{3P}{d}} \quad [\text{যেহেতু } \frac{mN}{V} = d \text{ ঘনত্ব বা (1A.20)]$$

যেহেতু ব্যাপন হার (r) গ্যাসের অণুগুলির গড় গতিবেগের উপর নির্ভরশীল অর্থাৎ

$$r \propto C_r \propto C$$

$$\therefore r = K'C \quad [K' = \text{ধ্রুবক}] \quad \dots\dots\dots(1A.21)$$

$\therefore C$ এর মান (1A.20) থেকে বসিয়ে পাই,

$$r = K'C = K' \sqrt{\frac{3P}{d}} \quad (1A.22)$$

$$r \propto \frac{1}{\sqrt{d}} \text{ যখন } P \text{ অপরিবর্তিত থাকে}$$

এটাই গ্রাহামের গ্যাস ব্যাপন সূত্র।

সুতরাং গ্যাসের গতিশক্তি সমীকরণ থেকে গ্রাহাম সূত্রে উপনীত হওয়া যায়।

(e) ডালটনের অংশ চাপ সূত্র :

ধরা যাক V আয়তনের একটি পাত্রে নির্দিষ্ট উষ্ণতায় প্রথমে 1 নং গ্যাস নেওয়া হল যার অণুর সংখ্যা N_1 , প্রতিটি অণুর ভর m_1 , গ্যাস অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল C_1 এবং চাপ P_1 ।

সুতরাং গতিশক্তি সমীকরণ অনুসারে

$$P_1 = \frac{1}{3} \frac{m_1 N_1 C_1^2}{V}$$

পুনরায় একই পাত্রে 2 নং গ্যাস আলাদাভাবে নেওয়া হল যার অণুর সংখ্যা N_2 প্রতিটি অণুর ভর m_2 গ্যাসের অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল C_2 এবং চাপ P_2 সুতরাং

$$P_2 = \frac{1}{3} \frac{m_2 N_2 C_2^2}{V}$$

এখন ঐ দুটি গ্যাস একসঙ্গে একই পাত্রে একই উষ্ণতায় নেওয়া হল যেখানে গ্যাস দুটি একে অন্যের দ্বারা প্রভাবিত হয় না। সুতরাং মোট চাপ হবে

$$P = \frac{1}{3} \frac{m_1 N_1 C_1^2}{V} + \frac{1}{3} \frac{m_2 N_2 C_2^2}{V}$$

$$= P_1 + P_2$$

সুতরাং ডালটনের অংশ চাপ সূত্রটিতে উপনীত হওয়া গেল।

1A.12 গ্যাসের স্থানান্তরজনিত গড় গতিশক্তি : [Average Kinetic energy of translation] :

$$\text{গ্যাসের গতিশক্তি সমীকরণ } PV = \frac{1}{3} mNC^2$$

একমোল গ্যাসের ক্ষেত্রে $N = N_0$ অ্যাভোগাড্রের সংখ্যা সুতরাং

$$PV = \frac{1}{3} mN_0 C^2$$

$$= \frac{2}{3} N_0 \times \frac{1}{2} mC^2 \quad \left[\text{প্রতিটি অণুর গতিশক্তি } \frac{1}{2} mC^2 \right]$$

$$= \frac{2}{3} E \quad \left[E = N_0 \times \frac{1}{2} mC^2, \text{ এক গ্রাম অণুর মোট গতিশক্তি} \right]$$

(1A.23)

$$\text{আবার } PV = RT$$

$$\therefore RT = \frac{2}{3} E \text{ বা } E = \frac{3}{2} RT \dots\dots\dots (1A.24)$$

$$\text{বা } E \propto T \dots\dots\dots (1A.25)$$

যেহেতু $\frac{3}{2}R =$ ধ্রুবক

আবার $E \propto C^2$

সুতরাং গ্যাসের গতি শক্তি পরম উষ্ণতার সমানুপাতিক

আবার যেহেতু (1A.25) ও (1A.26) সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়

$$C^2 \propto T$$

অথবা $C \propto \sqrt{T}$ আণবিক গতিবেগ পরম উষ্ণতার বর্গমূলের সমানুপাতিক [সুতরাং বলা যায় পরম শূন্য উষ্ণতায় $T = 0$, তাপীয় গতি বা স্থানান্তরজনিত গতি থেমে যায়। যদিও এখানে অণুর কম্পনজাত এবং ঘূর্ণনজাত গতির কথা বলা নেই। কোয়ান্টাম বলবিদ্যা থেকে জানা যায় যে কম্পনজাত গতির অস্তিত্ব পরম শূন্যেও বিদ্যমান]

1A.12a বোলৎস্মান ধ্রুবক (Boltzmann Constant) এবং পরম উষ্ণতা (absolute temperature) সমীকরণ (1A.24) থেকে আমরা পাই

$$E = \frac{3}{2}RT \text{ এক গ্রাম অণু গ্যাসের গতি শক্তির সঙ্গে পরম উষ্ণতার সম্পর্ক}$$

এক গ্রাম অণু গ্যাসে অণুর সংখ্যা N_0 (অ্যাভোগাড্রো সংখ্যা) দিয়ে উভয় পক্ষকে ভাগ করলে এক অণুর গড় গতি শক্তি পাওয়া যায়।

$$\frac{E}{N_0} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_0} T \text{ অথবা } \epsilon = \frac{3}{2} KT$$

$\epsilon =$ একটি অণুর স্থানান্তরজনিত গড় গতি শক্তি এবং $K = \frac{R}{N_0} =$ বোলৎস্মান ধ্রুবক, একটি অণুর জন্য সার্বজনীন ধ্রুবক। সুতরাং কোন গ্যাসের একটি অণুর গড় গতি শক্তি (ϵ) উহার পরম উষ্ণতার (T) সমানুপাতিক।

$$\text{যেহেতু } \epsilon = \frac{1}{2} m C^2 = \frac{3}{2} RT$$

$$\text{সুতরাং লেখা যায় } C^2 = \frac{3kT}{m}$$

সুতরাং গড় বর্গবেগের বর্গমূল (r.m.s) বেগ,

$$C = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$$\text{হর ও লবকে } N_0 \text{ দিয়ে গুণ করলে } C = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

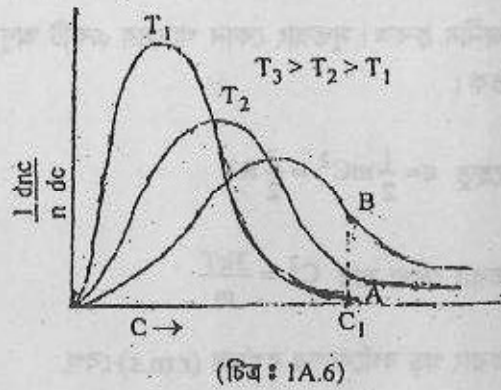
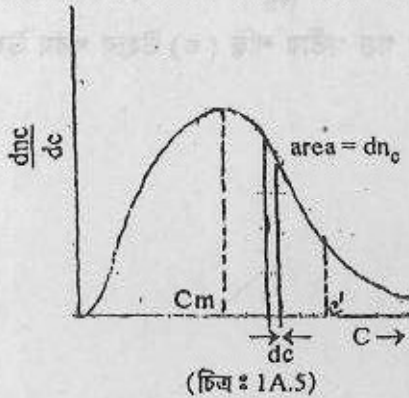
অর্থাৎ গড় বর্গবেগের বর্গমূল বেগ পরম উষ্ণতার সমানুপাতিক।

1A.13 গ্যাসের অণুসমূহের বেগবন্টন ঘনিত ম্যাক্সওয়েলের সূত্র : [Maxwell's law of distribution of molecular velocities] :

গ্যাসের চাপের সমীকরণ উপপাদনে গ্যাসের অণুগুলির গড় বর্গবেগের বর্গমূলকেই (r.m.s.) গতিবেগ হিসাবে গ্রহণ করা হয়েছে। কিন্তু একটি পাত্রে স্থিত গ্যাস অণুগুলির পারস্পরিক এবং দেওয়ালের সঙ্গে ক্রমাগত সংঘর্ষের ফলে গ্যাস অণুগুলির শক্তি ও গতিবেগের পরিবর্তন ঘটে। ফলে সব অণুর গতিবেগ এক থাকে না। যেমন কিছু অণুর গতিবেগ খুব সামান্য থেকে শুরু করে কিছু অণুর গতিবেগ অতি উচ্চমানের হতে পারে। এবং বেশি সংখ্যক অণুর গতিবেগ মাঝামাঝি ভাবে থাকে। উষ্ণতা ও আণবিক ভরের উপর ভিত্তি করে অণুগুলির মধ্যে একটি বন্টন প্রকৃতির সৃষ্টি হয়। অণুগুলির মধ্যে প্রতিনিয়ত বেগের পুনর্বন্টন ঘটলেও সম্পূর্ণ বন্টন চিত্রটি একই থাকে। বিজ্ঞানী ম্যাক্সওয়েল সম্ভাব্যনীতি (Theory of probability) ও পরিসংখ্যানগত বিশ্লেষণের মাধ্যমে অণুগুলির বেগবন্টনের জন্য নিম্নলিখিত সমীকরণ উপপাদন করেন।

$$\frac{1}{n} \frac{dn_c}{dc} = 4\pi \left(\frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} C^2 e^{-\frac{MC^2}{2RT}} \quad (1A.27)$$

যদি M আণবিক ভর বিশিষ্ট গ্যাস T উষ্ণতায় থাকে তবে মোট অণুর $(n) dn_c$ সংখ্যক অণু বা $\frac{dn_c}{n}$ ভগ্নাংশের গতিবেগ C এবং $C + dc$ এর মধ্যবর্তী গতিবেগ হবে। অর্থাৎ প্রতি একক গতিবেগ পার্থক্যের জন্য অন্তর্বর্তী অণুর ভগ্নাংশ হবে $\frac{1}{n} \frac{dn_c}{dc}$ এবং $\frac{1}{N} \frac{dn_c}{dc}$ বনাম C লেখচিত্র অংকন করলে C বাড়ার সঙ্গে সঙ্গে সমীকরণের কম অংশ বৃদ্ধি পাবে যতক্ষণ না অণুর সর্বোচ্চ ভগ্নাংশে পৌঁছায় এবং তারপর কমতে থাকে। সব গ্যাসের ক্ষেত্রে একই ধরনের রেখা পাওয়া যায়। উষ্ণতা পরিবর্তনে লেখচিত্রও ভিন্ন হবে। ম্যাক্সওয়েল সূত্রের লেখচিত্র (1A.5 এবং 1A.6) ব্যাখ্যা করলে পাওয়া যায়।



- (i) অতি নিম্ন গতিবেগ সম্পন্ন অণুর সংখ্যা বা অতি উচ্চ গতিবেগ সম্পন্ন অণুর সংখ্যা সর্বদাই কম হবে।
- (ii) c ও $c + dc$ এই দুই ভূজাংকে অঙ্কিত কোটিদ্বয়ের মধ্যবর্তী চিহ্নিত অঞ্চলকে সমগ্র বণ্টন রেখা নীচস্থ অঞ্চলদ্বারা ভাগ করলে c ও $c + dc$ বেগের মধ্যবর্তী অণুসংখ্যা মোট অণুর কত ভগাংশ তা জানা যায়। এখানে সমগ্র রেখার নীচস্থ ক্ষেত্রকে মোট অণুর সংখ্যা n এর সমার্থক ধরা হয়।
- (iii) প্রত্যেক রেখা চিত্রের একটি সর্বোচ্চ অংশ থাকে যার অর্থ মোট অণুর সর্বোচ্চ ভগাংশ অর্থাৎ সর্বোচ্চ সংখ্যক অণু এই গতিবেগ ধারণ করে। এই গতিবেগকে সর্বাধিক সম্ভাব্য গতিবেগ (most probable velocity) (C_m) বলে। একই সমীকরণ থেকে C_a (গড়বেগ) ও C (গড় বর্গবেগের বর্গমূল) এর মানও গণনা করা যায়।
- (iv) উষ্ণতা পরিবর্তনে বণ্টন রেখারও পরিবর্তন ঘটে। উচ্চতর উষ্ণতায় উচ্চবেগ সম্পন্ন অণুর সংখ্যা বৃদ্ধি পায় কিন্তু বণ্টনরেখার শীর্ষদেশের তীক্ষ্ণতা হ্রাস পায় এবং কিছুটা সমতল হয়ে ডানদিকে সরে যায়। ফলে সর্বাধিক সম্ভাব্য গতিবেগ (most probable velocity) বৃদ্ধি পায়। কিন্তু সর্বাধিক সম্ভাব্য বেগসম্পন্ন অণুর ভগাংশ হ্রাস পায়। মোট অণুর সংখ্যা সকল ক্ষেত্রেই যেহেতু এক উষ্ণতা বৃদ্ধি হলেও সব বণ্টন রেখার নীচস্থ ক্ষেত্রফলই এক হবে।
- (v) AB রেখার ডানদিকের ক্ষেত্রফল C_1 গতিবেগের অধিক গতিবেগ সম্পন্ন অণুর সংখ্যা নির্দেশ করে। চিত্রে লক্ষ্য করা যায় যে উচ্চতা বৃদ্ধির সঙ্গে AB এর ডানদিকের ক্ষেত্রফল যেহেতু বৃদ্ধি পায় অধিক বেগসম্পন্ন অণুর সংখ্যাও বৃদ্ধি পায়।
- (vi) ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণে ডানদিকের অংশে দেখানো যায় যে উষ্ণতা বৃদ্ধির সঙ্গে $\frac{-MC^2}{e2RT}$ গুণাংকের মানও বৃদ্ধি পায়।

1A.14 ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণের সাহায্যে বিভিন্ন গড়বেগ নির্ণয় :

শর্তানুযায়ী,

(a) সর্বাধিক সম্ভাব্য গতিবেগ :

$$d\left(\frac{dnc}{dc}\right) = 0 \text{ যেখানে}$$

$$\frac{dnc}{dc} = 4\pi n \left(\frac{M}{2\pi RT}\right)^{3/2} c^2 e^{-\frac{MC^2}{2RT}}$$

সুতরাং $\frac{dnc}{dc}$ এর মান বসিয়ে গণনা করলে পাওয়া যায়

$$C_m = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = 1.29 \times 10^4 \sqrt{\frac{T}{M}} \text{ সেমি / সেকেন্ড} \dots\dots\dots(1A.28)$$

সংজ্ঞা অনুযায়ী

$$(b) \text{ গড়বেগে } C_a = \frac{1}{n} \int_0^{\infty} c^n dn_c$$

এবং গণনা করে দেখা যায়

$$C_a = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = 1.45 \times 10^4 \sqrt{1/M} \text{ সেমি / সেকেন্ড} \quad (1A.29)$$

(c) অনুরূপে গড় বর্গবেগের বর্গমূল

$$C_a = \frac{1}{n} \int_0^{\infty} c^n dn_c$$

এবং dn_c এর মান বসিয়ে গণনা করে পাওয়া যায়

$$C = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = 1.58 \times 10^4 \sqrt{1/M} \text{ সেমি / সেকেন্ড} \quad (1A.30)$$

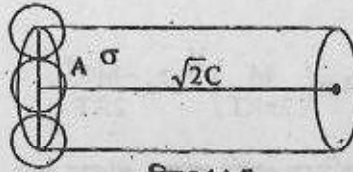
∴ তিনটি গড়ের মান কাছাকাছি এবং

$$C_m : C_a : C = 1 : 1.13 : 1.22 \quad (1A.31)$$

[প্রকৃত গণনা জটিল হওয়ায় এখানে কেবল মান বসানো হয়েছে]

1A.15 সংঘর্ষ সংখ্যা : (Collision frequency) :

যে কোনও গ্যাসের অণুগুলি সর্বদা গতিশীল এবং একে অপরের সঙ্গে সংঘর্ষে লিপ্ত থাকে। নির্দিষ্ট উষ্ণতায় ও চাপে কোনো গ্যাসে প্রতি সেকেন্ডে সংঘর্ষ সংখ্যা নির্ণয় করা যায়। এখানে অণুগুলিকে আকর্ষণ-বিকর্ষণহীন দৃঢ় বর্তুল (Rigid sphere) রূপে ধারণা করা হয়। দুটি অণুর মধ্যে সংঘর্ষ তখনই সম্ভব হবে যখন দুটি অণুর কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব $\sigma = (2r)$ হবে। যেখানে $r =$ অণুর ব্যাসার্ধ। σ , দুটি অণুর ব্যাসার্ধের যোগ সমান। একে **সংঘর্ষ ব্যাস (Collision diameter)** বলে।

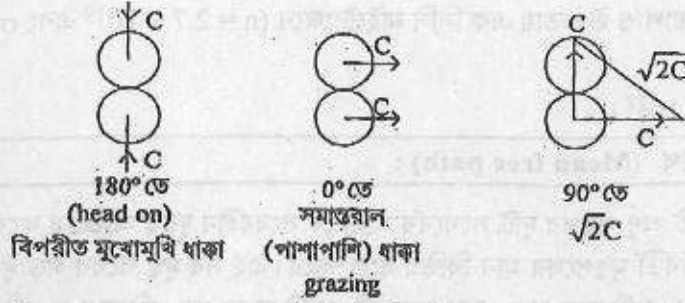


চিত্র : 1A.7

ধরা যাক কোন গ্যাসে একটি মাত্র অণু A গতিশীল ও অন্য অণুগুলি স্থির। A অণুর কেন্দ্রকে ঘিরে σ ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বর্তুল (sphere) কল্পনা করা হল। একে বলা হয় A অণুর প্রভাব বর্তুল (Sphere of influence)। (চিত্র : 1A.7)

এই প্রভাব বর্তুলের প্রস্থচ্ছেদ $\pi\sigma^2$ । A অণুর গতিপথে অন্য কোন অণুর কেন্দ্র এই বর্তুলের পরিসীমার মধ্যে এলে তবেই সংঘর্ষ ঘটবে। A অণুর গতিবেগ C_a । সুতরাং 1 সেকেন্ডে প্রভাব বর্তুলটি $\pi\sigma^2 C_a$ আয়তন বিশিষ্ট বেলনের সৃষ্টি করবে। এই আয়তনের অন্তর্গত সমস্ত অণুর সঙ্গে A অণুর সংঘর্ষ হবে। যদি একক আয়তনে n সংখ্যক অণু থাকে তবে এই বেলনে অণুর সংখ্যা

$$\pi\sigma^2 C_a n \dots\dots\dots(1A.32)$$



চিত্র : 1A.8

যেহেতু প্রতিটি অণুই গতিশীল বাস্তবে একটি প্রকৃত গতিবেগ না ধরে আপেক্ষিক গতিবেগ ধরতে হবে।

অণুগুলির মধ্যে বিভিন্ন কোণে সংঘর্ষ হতে পারে। কিন্তু দুটি প্রান্তিক ঘটনা হল সমান্তরাল ও পাশাপাশি সংঘর্ষ। এখানে গতিশীল অণু দুটির মধ্যবর্তী কোণ শূন্য থাকে। এবং অপর প্রান্তিক সংঘর্ষটি হল দুটি অণুর বিপরীত বা মুখোমুখি সংঘর্ষ। এক্ষেত্রে অণু দুটির মধ্যবর্তী কোণ 180° । সুতরাং এই দুটি কোণের মধ্যবর্তী কোণে সংঘর্ষ হতে পারে। গড় কোণ বলতে আমরা দুটি কোণের গড় কোণ অর্থাৎ 90° । সুতরাং গড় কোণ 90° ধরে যে কোণ দুটি গতিশীল অণুর আপেক্ষিক গতি হবে—

$$\begin{aligned} \text{আপেক্ষিক গতিবেগ} &= \sqrt{C_a^2 + C_a^2 + 2C_a C_a \cos 90^\circ} \\ &= \sqrt{2C_a^2} \\ &= \sqrt{2}C_a \end{aligned} \quad (\text{চিত্র 1A.8})$$

সুতরাং (1A.32) সমীকরণে C_a এর পরিবর্তে গড় আপেক্ষিক গতিবেগ $\sqrt{2}C_a$ বসালে অণুর সংখ্যা $= \sqrt{2}\pi\sigma^2 C_a n$

সুতরাং একটি অণুর ক্ষেত্রে প্রতি সেকেন্ডে সংঘর্ষ সংখ্যা

$$Z_1 = \sqrt{2}\pi\sigma^2 C_a n \dots\dots\dots(1A.33)$$

Collision number is defined as the "number of collisions" per unit time.

আবার প্রতি ঘন সেমি আয়তনে n সংখ্যক অণু আছে। সুতরাং প্রতি ঘন সেমিটারে প্রতি সেকেন্ডে n সংখ্যক অণুর জন্য সংঘর্ষের সংখ্যা,

$$Z_{11} = \sqrt{2}\pi\sigma^2 C_a n^2 \dots\dots\dots(1A.34)$$

এই গণনায় একটি অণুকে দুবার ধরা হয়েছে ($A \rightarrow B$ এবং $B \rightarrow A$ সংঘর্ষ দুটি অভিন্ন) সুতরাং (1A.

34) কে 2 দিয়ে ভাগ করলে প্রতি সেকেন্ডে প্রতি ঘন সেমি এ সংঘর্ষ সংখ্যা হবে

$$Z = \frac{Z_1}{2} \frac{1}{\sqrt{2}} \pi \sigma^2 C_a n^2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \pi \sigma^2 n^2 \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \quad (1A.35)$$

$$= 2\sigma^2 n^2 \sqrt{\frac{\pi RT}{M}}$$

যেমন প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় এক সিসি নাইট্রোজেনে ($n = 2.7 \times 10^{19}$ এবং $\sigma = 3.70 \times 10^{-8}$ cm) সংঘর্ষ সংখ্যা

$$Z = 10.3 \times 10^{28} \text{।}$$

✓ 1A.16 গড় মুক্ত পথ (Mean free path) :

গ্যাসের একটি অণু পরপর দুটি সংঘর্ষের মধ্যে যে সংঘর্ষহীন দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে মুক্ত পথ বলে। বিভিন্ন সংঘর্ষের অন্তর্বর্তী মুক্তপথের মান বিভিন্ন হতে পারে। এই সব মুক্ত পথের গড় দূরত্বই হল গড় মুক্ত পথ (Mean free path)। সমীকরণ (1A. 33) অনুযায়ী একটি অণুর গড় গতিবেগ C_a হলে এক সেকেন্ডে সংঘর্ষ সংখ্যা $Z_1 = \sqrt{2}\pi\sigma^2 C_a n$ সুতরাং

$$l(\text{গড় মুক্ত পথ}) = \frac{\text{এক সেকেন্ডে অতিক্রান্ত পথ}}{\text{এক সেকেন্ডে সংঘর্ষ সংখ্যা}} = \frac{C_a}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 C_a n} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n} \quad (1A.36)$$

সুতরাং নির্দিষ্ট উষ্ণতায় ও চাপে কোনো গ্যাসের এক ঘন সেমি আয়তনে অণুর সংখ্যা ও অণুর ব্যাস জানা থাকলে গড় মুক্ত পথের মান নির্ণয় করা যাবে।

$$\text{আবার } l = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$$

এখন $\frac{n}{N_0} =$ এক সিসি আয়তনে

গ্রাম অণুর সংখ্যা এবং

n_0 - এক গ্রাম অণুতে অণুর সংখ্যা-অ্যাভোগাড্রো সংখ্যা।

$$\text{যেহেতু } \frac{n}{N_0} = \frac{PV}{RT} = \frac{P}{RT}$$

কারণ $v \cdot 1$ সিসি

$$\therefore n = \frac{PN_0}{RT}$$

$$\text{সুতরাং } l = \frac{RT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 PN_0}$$

$$\text{অথবা } l = K \frac{T}{P}$$

$$\left[K = \frac{R}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 N_0} = \text{ধ্রুবক} \right]$$

✓ সুতরাং উষ্ণতা বৃদ্ধি হলে গড় মুক্ত পথের মান বৃদ্ধি পায় এবং চাপ বৃদ্ধি হলে গড় মুক্ত পথের মান হ্রাস পায়। (1A.37) সমীকরণের হবে N_0 এর বিরাট সংখ্যা নির্দেশ করে সাধারণ চাপ ও উষ্ণতায় l এর মান খুব ছোটো হবে।

1A.17 গ্যাসের তাপগ্রাহিতা ও আপেক্ষিক তাপ (Heat capacity and sp. heat of a gas) :

কোনো বস্তুর উষ্ণতা 1°C বৃদ্ধির জন্য যে তাপের প্রয়োজন হয় তাকে বস্তুটির তাপগ্রাহিতা বলে। তবে কোন পদার্থের তাপগ্রাহিতার মান ভরের উপর নির্ভরশীল। সুতরাং ভর নির্দিষ্ট হওয়া প্রয়োজন।

আপেক্ষিক তাপ : “1 গ্রাম ভরের কোন পদার্থের উষ্ণতা 1°C বৃদ্ধির জন্য যে তাপ গৃহীত হয় তাকে ঐ পদার্থের আপেক্ষিক তাপ বলে।” অর্থাৎ আপেক্ষিক তাপ হল 1 গ্রাম ভরের তাপগ্রাহিতা।

মোলার তাপগ্রাহিতা : কোন পদার্থের এক গ্রাম অণু বা মোল 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধিতে যে পরিমাণ তাপ গ্রহণ করে তাকে আণবিক তাপগ্রাহিতা, মোলার তাপগ্রাহিতা বা মোলার তাপ বলে।

অর্থাৎ মোলার তাপ = আপেক্ষিক তাপ \times আণবিক গুরুত্ব কঠিন ও তরলের ক্ষেত্রে নির্দিষ্ট ভরের জন্য তাপগ্রাহিতার একটি মানই পাওয়া যায়। কিন্তু গ্যাসীয় পদার্থের ক্ষেত্রে স্থির চাপ ও স্থির আয়তনের তাপগ্রাহিতার মান আলাদা।

ধরা যাক স্থির আয়তনে আপেক্ষিক তাপ = c_v এবং

স্থির চাপে আপেক্ষিক তাপ = c_p (যেখানে c ছোট অক্ষর)

সুতরাং স্থির আয়তনে মোলার তাপ = $C_v = c_v \times M$

এবং স্থির চাপে মোলার তাপ = $C_p = c_p \times M$

অতএব আয়তন স্থির রেখে এক গ্রাম অণু কোন গ্যাসের উষ্ণতা 1°C (সেলসিয়াস) বাড়াতে যে পরিমাণ তাপের প্রয়োজন হয় তাকে ঐ গ্যাসের স্থির আয়তনে আণবিক তাপ (C_v) বলে।

এবং চাপ স্থির রেখে এক গ্রাম অণু কোন গ্যাসের উষ্ণতা 1°C (সেলসিয়াস) বাড়াতে যে পরিমাণ তাপের প্রয়োজন তাকে ঐ গ্যাসের স্থির চাপে আণবিক তাপ (C_p) বলে।

C_p ও C_v এর মানের পার্থক্য সব গ্যাসের ক্ষেত্রেই নির্দিষ্ট। তবে গ্যাসের অণুর মধ্যে কয়টি পরমাণু আছে তার উপর C_p ও C_v এর মান নির্ভর করে।

স্থির আয়তনে তাপ প্রয়োগে কোন গ্যাসের

(i) অণুগুলির স্থানান্তর জনিত গতিশক্তি (translational energy) বৃদ্ধি পায়।

(ii) অণুগুলির আন্তঃআণবিক শক্তি বৃদ্ধি পায়। অর্থাৎ অণুর আভ্যন্তরীণ শক্তি যেমন কম্পনজনিত শক্তি ও ঘূর্ণনজনিত শক্তি ইত্যাদি বৃদ্ধি পায়।

$C_v = 1^\circ\text{C}$ উষ্ণতা বৃদ্ধিতে 1 গ্রাম অণু গ্যাসের গতিশক্তি বৃদ্ধি + 1 গ্রাম অণু গ্যাসের আন্তঃ আণবিক শক্তি বৃদ্ধি (a) (1A.38)

গতিশক্তি অনুযায়ী TK উষ্ণতায় 1 গ্রাম অণু গ্যাসের গতিশক্তি = $\frac{3}{2}PV = \frac{3}{2}RT$

উষ্ণতা TK থেকে $(T+1)K$ বৃদ্ধি করলে বৃদ্ধিপ্রাপ্ত গভীয়শক্তি

$$= \frac{3}{2}R(T+1) - \frac{3}{2}RT = \frac{3}{2}R$$

সুতরাং $C_v = \frac{3}{2}R + a$ (R ও a এর মান ক্যালরিতে প্রকাশ করলে)

$a =$ এক গ্রাম অণুর আন্তঃআণবিক শক্তি। (1A.39)

$\therefore C_v = 3 + a$ (যেখানে R এর মান 2 ক্যালরি)

স্থির চাপে তাপ প্রয়োগ করলে গ্যাসের প্রসারণ ঘটে। ফলে তাপ গ্রহণ করে গ্যাসের

- (i) অণুগুলির গভীয় শক্তি বৃদ্ধি পায়
- (ii) আন্তঃ আণবিক শক্তি বৃদ্ধি পায়
- (iii) গ্যাসটি প্রসারণজনিত বাহ্যিক কার্য করে।

সুতরাং $C_p = 1^\circ C$ উষ্ণতা বৃদ্ধিতে এক গ্রাম অণু গ্যাসের গভীয় শক্তি বৃদ্ধি

+ 1 গ্রাম অণু গ্যাসের আন্তঃআণবিক শক্তি বৃদ্ধি

+ 1 গ্রাম অণু গ্যাসের প্রসারণ জনিত বাহ্যিক কার্য। (1A.40)

এক গ্রাম অণু গ্যাসকে P চাপে রেখে তাপ দেওয়ার ফলে যদি আয়তন V_1 থেকে V_2 প্রসারিত হয় ত বাহ্যিক কার্যের পরিমাণ হবে চাপ এবং পরিবর্তিত আয়তনের গুণফল।

$$\begin{aligned} 1 \text{ গ্রাম অণু গ্যাসের জন্য বাহ্যিক কার্য} &= P(V_2 - V_1) = PV_2 - PV_1 = RT_2 - RT_1 \\ &= R(T_2 - T_1) = R (1^\circ C \text{ উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য}) \end{aligned}$$

$$\therefore C_p = \frac{3}{2}R + a + R = \frac{5}{2}R + a \quad (R \text{ ও } a \text{ কে ক্যালরিতে প্রকাশ করলে})$$

$$= 5 + a \quad (R \approx 2 \text{ ক্যালরি}) \quad (1A.41)$$

অর্থাৎ C_p এর মান 5 ক্যালরি বা তার বেশি।

আণবিক তাপগ্রাহিতার মধ্যে পার্থক্য :

C_p ও C_v এই দুই আণবিক তাপগ্রাহিতার পার্থক্য

$$C_p - C_v = \left(\frac{5}{2}R + a\right) - \left(\frac{3}{2}R + a\right) = 2 \text{ ক্যালরি (প্রায়)} \quad (1A.42)$$

যে কোন গ্যাসের ক্ষেত্রেই এই পার্থক্য নির্দিষ্ট।

কিন্তু ভিন্ন গ্যাসের C_p এর মধ্যে অথবা তাদের C_v এর মধ্যে পার্থক্য হতে পারে তাদের a অর্থাৎ আন্তঃআণবিক শক্তির পার্থক্যের জন্য।

a এর মান নির্ভর করে অণুর মধ্যে স্থিত পরমাণু সংখ্যার উপর।

আণবিক তাপদ্বয়ের অনুপাত অথবা আপেক্ষিক তাপদ্বয়ের অনুপাত :

এই অনুপাতকে γ চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা হয়

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{M \times C_p}{M \times C_v} = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{5}{2}R + a}{\frac{3}{2}R + a} = \frac{5+a}{3+a} < 1.66 > \quad (1A.43)$$

অণুর পারমাণবিকতা ও γ এর মান :

এক পারমাণবিক গ্যাসের ক্ষেত্রে কেবলমাত্র স্থানান্তরজনিত গতি শক্তি বর্তমান কিন্তু আন্তঃআণবিক শক্তি $a = 0$ । একটি পরমাণু থাকায় অণুর কম্পনজাত শক্তি এবং ঘূর্ণনজাত শক্তির অস্তিত্ব নেই। ফলে

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5+a}{3+a} = \frac{5}{3} = 1.67 \quad (1A.44)$$

আর্গন, হিলিয়াম, মারকারি বাষ্পের ক্ষেত্রে γ এর মান 1.67।

এটি পরীক্ষালব্ধ মানের সঙ্গে সমান হয়।

দ্বিপারমাণুক গ্যাসের ক্ষেত্রে যেমন O_2 , N_2 , H_2 ইত্যাদির ক্ষেত্রে γ এর মান দেখা যায় 1.4 এর কাছাকাছি এবং ত্রি-পারমাণুক গ্যাস যেমন কার্বন ডাই-অক্সাইড, জলীয় বাষ্পের ক্ষেত্রে γ এর পরীক্ষালব্ধ মান প্রায় 1.31 ইত্যাদি। এসব ক্ষেত্রে আন্তঃআণবিক শক্তি (a), বিশেষত (সাধারণ উষ্ণতায়) ঘূর্ণনজনিত শক্তির অবদান কার্যকরী হয়।

1A.18 শক্তির সমবন্টন (Equipartition of energy) :

গ্যাসের একটি অণুর গড় স্থানান্তরজনিত শক্তি

$$\epsilon_{tr} = \frac{1}{2} m C^2 = \frac{3}{2} kT$$

আবার $C^2 = C_x^2 + C_y^2 + C_z^2$ এবং $C_x^2 = C_y^2 = C_z^2$

যখন ত্রিমাত্রিক ক্ষেত্রে তিনটি পারস্পরিক লম্ব অক্ষে গড় গতিবেগ তিনটি উপাংশ C_x , C_y এবং C_z এ বিভক্ত হয় তখন

$$\epsilon_{tr} = \frac{1}{2} mC^2 = \frac{1}{2} mC_x^2 + \frac{1}{2} mC_y^2 + \frac{1}{2} mC_z^2 = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

$$\text{অথবা } \epsilon_{tr} = 3 \epsilon_x = \frac{3}{2} RT$$

$$\text{এবং } \epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = \frac{1}{2} RT$$

অর্থাৎ স্থানান্তরজনিত গতীয় শক্তি গতিবেগের বিভেদন (resolution) অনুসারে তিনটি পারস্পরিক লম্ব অক্ষ বরাবর তিনটি উপাংশে সম অংশে বন্টিত হয়। প্রত্যেক উপাংশের স্বাধীন সত্তা স্বীকার করা হয়েছে যাকে স্বাধীন মাত্রা বলা হয়। ফলে স্থানান্তরজনিত শক্তি তিনটি স্বাধীন মাত্রায় বন্টিত হতে পারে। অন্যভাবে বলতে গেলে স্বাধীনমাত্রার অর্থ হল দ্বিঘাত পদের সংখ্যা (যা বিভিন্ন অক্ষ বরাবর গতিবেগের বর্গের সমানুপাতিক) যার সাহায্যে একটি অণুর মোট শক্তিকে প্রকাশ করা যায়। এই দ্বিঘাত পদগুলির প্রত্যেক অণুতে $\frac{1}{2} kT$ শক্তি প্রদান করে।

ম্যাক্সওয়েল এবং বোলৎসমান বিবৃতি করেন যে “একটি অণুর মোট গতীয় শক্তি বিভিন্ন স্বাধীন মাত্রায় সমভাবে বন্টিত হয়।” একে শক্তির সমবন্টন নীতি বলে। প্রত্যেক স্থানান্তরজনিত স্বাধীন মাত্রায় $\frac{1}{2} kT$ শক্তি বন্টিত হয়। নীতি অনুযায়ী সবরকম সম্ভাব্য স্বাধীনমাত্রার ক্ষেত্রে প্রতিটি স্বাধীনমাত্রায় বন্টিত শক্তির পরিমাণ $\frac{1}{2} kT$ । যদি f সংখ্যক স্বাধীনমাত্রা থাকে তবে অণুর মোট গতীয় শক্তির পরিমাণ $\frac{1}{2} f kT$ ।

উদাহরণ : একটি দ্বিপারমাণবিক অণুর গতীয় শক্তির তিনটি অংশ — স্থানান্তরজনিত শক্তি, ঘূর্ণনজনিত শক্তি ও কম্পনজাত শক্তি। স্থানান্তরজনিত গতির তিনটি মাত্রা আছে এবং শক্তির পরিমাণ $3 \times \frac{1}{2} kT$ যদি একটি দ্বিপারমাণবিক অণু ডায়েল আকৃতি হয় তবে দুটি পারস্পরিক লম্ব অক্ষে এর ঘূর্ণন সম্ভব। অর্থাৎ দুই ধরনের ঘূর্ণনের জন্য শক্তির স্বাধীন মাত্রা হবে দুই। এবং শক্তির পরিমাণ $\epsilon_{rot} = 2 \times \frac{1}{2} kT = kT$

কম্পনজনিত গতির জন্য দুইটি পরমাণু একে অপরের সাপেক্ষে স্পন্দিত হবে অর্থাৎ অণুর গতীয় শক্তি ও স্থিতিশক্তির বিকাশ ঘটবে। এর অর্থ প্রতিটি কম্পনজনিত ক্রিয়ার স্বাধীনমাত্রা দুটি। অর্থাৎ প্রতিটি কম্পনজনিত গতির সঙ্গে যুক্ত শক্তির পরিমাণ $2 \times \frac{1}{2} kT = kT$ । সুতরাং দ্বি-পারমাণবিক অণুর মোট শক্তি

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_{tr} + \epsilon_{rot} + \epsilon_{vib} = 3 \times \frac{1}{2} kT + 2 \times \frac{1}{2} kT + 2 \times \frac{1}{2} kT \\ &= \frac{7}{2} kT \end{aligned}$$

এবং এক গ্রাম অণু দ্বি-পারমাণবিক গ্যাসের ক্ষেত্রে

$$E = \frac{7}{2} RT$$

ত্রি-পারমাণবিক অণুর (অ-সরলরৈখিক) ক্ষেত্রে তিনটি স্থানান্তরজনিত স্বাধীনমাত্রা, তিনটি ঘূর্ণনজনিত স্বাধীনমাত্রা থাকবে। এছাড়াও তিনটি কম্পনজনিত স্পন্দন থাকবে যার প্রত্যেকটি স্পন্দনের জন্য স্বাধীনমাত্রার সংখ্যা দুই। অর্থাৎ প্রতিটি কম্পনের সাপেক্ষে শক্তির পরিমাণ $2 \times \frac{1}{2} kT$ ।

সুতরাং একটি অ-সরলরৈখিক ত্রি-পারমাণবিক অণুর মোটশক্তি

$$\begin{aligned} \epsilon &= 3 \times \frac{1}{2} kT + 3 \times \frac{1}{2} kT + 3 \times \left(2 \times \frac{1}{2} kT \right) \\ &= 6kT \end{aligned}$$

এক গ্রাম অণুর জন্য $E = 6RT$

কিন্তু ত্রি-পারমাণবিক (সরল রৈখিক) অণুর ক্ষেত্রে ঘূর্ণনজনিত মাত্রার সংখ্যা হবে দুই এবং $(3 \times 3 - 5) = 4$ টি কম্পনজনিত উদ্দীপনার জন্য কম্পনজনিত স্বাধীনমাত্রা হবে 4×2

সুতরাং একটি সরলরৈখিক ত্রি-পারমাণবিক অণুর মোট শক্তি

$$\begin{aligned} \epsilon &= 3 \times \frac{1}{2} kT + 2 \times \frac{1}{2} kT + 4 \times 2 \times \frac{1}{2} kT \\ &= 13 \times \frac{1}{2} kT \end{aligned}$$

এবং এক গ্রাম অণুর ক্ষেত্রে $E = \frac{13}{2} RT$

সাধারণভাবে n পরমাণু যুক্ত বহু-পারমাণবিক অণুকে প্রকাশ করতে $3n$ স্থানাঙ্ক প্রয়োজন। এদের মধ্যে স্থানান্তরজনিত গতির জন্য তিনটি স্বাধীন মাত্রার প্রয়োজন। এখন অ-সরলরৈখিক অণুর ক্ষেত্রে ঘূর্ণনজনিত স্বাধীনমাত্রার সংখ্যা হবে তিন এবং বাকি $(3n - 6)$ টি কম্পনজনিত উদ্দীপনার জন্য অবশিষ্ট থাকে। ফলে কম্পনজনিত স্বাধীনমাত্রার সংখ্যা $2(3n - 6)$ । অন্যদিকে সরলরৈখিক অণুর ক্ষেত্রে ঘূর্ণনজনিত স্বাধীন মাত্রার সংখ্যা দুই এবং কম্পনসংক্রান্ত উদ্দীপনা $(3n - 5)$ প্রকারে হয় অর্থাৎ কম্পনজনিত স্বাধীনমাত্রার সংখ্যা $2(3n - 5)$ ।

সুতরাং একটি অণুর মোট শক্তি হবে

অসরলরৈখিক অণুর ক্ষেত্রে

$$\epsilon = 3 \times \frac{1}{2} kT + 3 \times \frac{1}{2} kT + 2(3n - 6) \times \frac{1}{2} kT$$

এবং এক গ্রাম অণুর জন্য

$$E = 3 \times \frac{1}{2} RT + 3 \times \frac{1}{2} RT + 2(3n - 6) \times \frac{1}{2} RT$$

এবং সরলরৈখিক অণুর ক্ষেত্রে

$$E = 3 \times \frac{1}{2} kT + 2 \times \frac{1}{2} kT + 2(3n - 5) \times \frac{1}{2} kT$$

এবং এক গ্রাম অণুর জন্য

$$E = 3 \times \frac{1}{2} RT + 2 \times \frac{1}{2} RT + 2(3n - 5) \times \frac{1}{2} RT$$

1A.19 শক্তির সমবন্টন ও গ্যাসের তাপগ্রাহিতা :

উপরের আলোচনা থেকে বলা যায় এক গ্রাম অণু গ্যাসের গভীয় শক্তি :

$$E = \frac{3}{2} RT \quad [\text{এক-পারমাণবিক গ্যাসের জন্য}] \quad (1A.45)$$

এবং বহু পারমাণবিক গ্যাসের জন্য

$$E = \frac{3}{2} RT + \frac{3}{2} RT + (3n - 6)RT \quad [\text{অ-সরল রৈখিক অণুর জন্য}]$$

$$\text{এবং} \quad E = \frac{3}{2} RT + RT + (3n - 5)RT \quad [\text{সরল-রৈখিক অণুর জন্য}]$$

আবার স্থির আয়তনে 1° সেলসিয়াস উষ্ণতা বৃদ্ধিতে এক গ্রাম অণু গ্যাসের জন্য প্রয়োজনীয় তাপের পরিমাণ C_v ।

$$\text{সুতরাং} \quad C_v = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_v$$

$$\text{অতএব এক পারমাণবিক গ্যাসের জন্য} \quad C_v = \frac{3}{2} R$$

$$\text{বহু-পারমাণবিক গ্যাসের জন্য} \quad C_v = \left[\frac{3}{2} + \frac{3}{2} + (3n - 6) \right] R$$

[অ-সরলরৈখিক অণুর জন্য]

$$\text{এবং} \quad C_v = \left[\frac{3}{2} + 1 + (3n - 5) \right] R \quad [\text{সরল রৈখিক অণুর জন্য}]$$

সম-বর্টন নীতি অনুযায়ী নির্ধারিত মান এবং পরীক্ষালব্ধ মানের তুলনা করলে দেখা যায় উভয়ক্ষেত্রেই এক পারমাণবিক গ্যাসের জন্য $C_v = \frac{3}{2}R$ । দ্বি-পারমাণবিক গ্যাসের ক্ষেত্রে নির্ধারিত মান $\frac{7}{2}R$ । পরীক্ষালব্ধ মান উচ্চ উষ্ণতায় এই মানের সঙ্গে সমতায় পৌঁছালেও নিম্ন উষ্ণতায় অনেক কম থাকে। বহু-পারমাণবিক গ্যাসের ক্ষেত্রে নীতি অনুযায়ী গণনাকৃত মানের থেকে পরীক্ষালব্ধ মান অনেক কম থাকে। এর কারণ হিসাবে বলা যায় কম উষ্ণতায় ঘূর্ণন ও কম্পনজনিত শক্তির কার্যকারিতা অপ্রকাশিত থাকে।

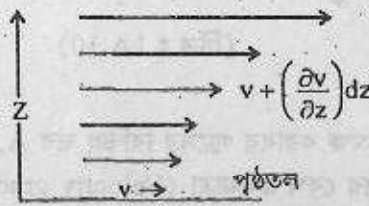
1A.20 সান্দ্রতা (Viscosity) :

গ্যাস ও তরল পদার্থ উভয়কেই (fluid) প্রবাহী বস্তু বলে। এই প্রবাহী বস্তুর একটি ধর্ম হল সান্দ্রতা। যখন ফ্লুইডের দুটি প্রবাহমান স্তর একটি অপরের উপর ভিন্ন বেগে প্রবাহিত হয় তখন স্তর দুটির মধ্যে ঘর্ষণ জনিত বাধার সৃষ্টি হয়। স্তরভেদে প্রবাহীবস্তুর বেগ বৈষম্যের এই ধর্মকে সান্দ্রতা (Viscosity) বলে।

বিষয়টি প্রবাহিত তরলের ক্ষেত্রে বোঝা অপেক্ষাকৃত সহজ। একটি নলের মধ্য দিয়ে প্রবাহিত হওয়ার সময় তরলটি বিভিন্ন স্তরে প্রবাহিত হচ্ছে কল্পনা করা যায়। নলের কঠিন পৃষ্ঠতলের সংস্পর্শে স্থিত স্তরের বাধা সবচেয়ে বেশি এবং গতিবেগ সবচেয়ে কম। এবং স্তরগুলি কঠিন পৃষ্ঠতলের থেকে যত দূরে যাবে স্তরগুলির মধ্যে বাধা তত কমবে এবং গতিবেগ বাড়বে যতক্ষণ না মাঝখানে নলের অক্ষ বরাবর স্তরের গতিবেগ সর্বোচ্চ হয়। এর ফলে প্রতি স্তরের নীচের স্তরটি বাধা সৃষ্টি করবে এবং উপরের স্তরটি গতি বাড়ানোর চেষ্টা করবে। ফলে কঠিন তল থেকে কেন্দ্রের দিকে বেগ বৃদ্ধিজনিত বেগের ক্রমমাত্রা (Velocity gradient) সৃষ্টি হবে। অর্থাৎ যদি দুটি স্তরের বেগ পার্থক্য dv হয় এবং দূরত্ব dz হয় তবে বেগের ক্রমমাত্রা $\frac{dv}{dz}$ । মনে করি প্রতি স্তরে তরলের গতিবেগের বিপরীতে যে আন্তঃআণবিক ঘর্ষণ বল (f) কাজ করে তা স্তরের ক্ষেত্রফল (A) এবং বেগের ক্রমমাত্রার $\left(\frac{dv}{dz}\right)$ সমানুপাতিক।

$$f \propto A \times \frac{dv}{dz} \text{ বা } f = -n \times A \times \frac{dv}{dz} \quad (1A.46)$$

n = সান্দ্রতা গুণাংক এবং ঋণাত্মক চিহ্ন নির্দেশ করে ঘর্ষণবল গতির বিপরীতে কাজ করে।



চিত্র : (1A.9)

যখন $A = 1$, $\frac{dv}{dz} = 1$ তখন $f = -n$

অর্থাৎ প্রতি একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুটি স্তরের মধ্যে একক বেগের ক্রমমাত্রা বর্তমান থাকলে যে ঘর্ষণজনিত বল অনুভূত হয় তাকে সংখ্যাগত ভাবে সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বলা হয়।

η এর একক : C.G.S. পদ্ধতিতে পয়েজ (Poise) বলা হয়।

✓ পয়েজ = ডাইন সেকেন্ড সেমি⁻²
= গ্রাম সেমি⁻¹ সেকেন্ড⁻¹

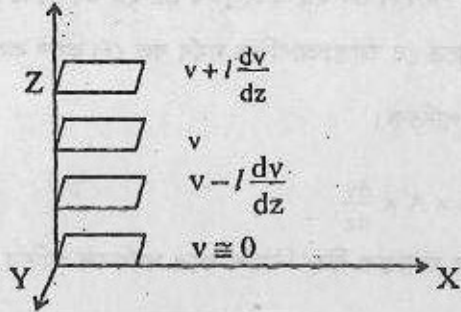
এবং S.I. পদ্ধতিতে একক = Pascal . sec = নিউটন সেকেন্ড মি⁻²
= 1 kg. m⁻¹ s⁻¹ = 10 poise

তরলের ক্ষেত্রে Poiseuille's সমীকরণের সাহায্যে দেখানো যায়

$$\eta = \frac{\pi(P_1 - P_2)r^4}{8L\left(\frac{dv}{dt}\right)} \quad (1A.47)$$

এখানে P₁, P₂ (P₁ > P₂) যথাক্রমে নলের প্রবেশ পথ ও নির্গম স্থলের চাপ এবং নলের দৈর্ঘ্য L এবং ব্যাসার্ধ 'r'। V.c.c. একক সময়ে প্রবাহিত তরলের পরিমাণ।

গ্যাসের সান্দ্রতা ও গড়মুক্ত পথ :



(চিত্র : 1A.10)

মনে করি XY তলে X অক্ষ বরাবর গ্যাসের বিভিন্ন স্তর A, B, C, D প্রবাহিত হয়। যেখানে Z অক্ষ (XY তলের উপর লম্ব) বরাবর বেগ ক্রমমাত্রা (Velocity gradient) অর্থাৎ প্রতি একক দূরত্বে বেগের পরিবর্তন $\frac{dv}{dz}$; গড় মুক্তপথ (দুটি সলিহিত তলের মধ্যে নিকটতম গড় দূরত্ব) l, প্রতি একক আয়তনে অণুর সংখ্যা n, এবং অণুর গড় গতিবেগ C_a, গ্যাসের স্তরের তলের প্রস্থচ্ছেদ S (যার মধ্য দিয়ে গ্যাসের অণুগুলি ওঠানামা করে) এবং প্রতি অণুর ভর m।

ধরি A স্তর XY তল বরাবর থাকায় $u = 0$ । এখন যদি C স্তরের গতিবেগ X-অক্ষ বরাবর v হয় তবে নীচস্থ B স্তরের গতিবেগ $v - \ell \left(\frac{dv}{dz} \right)$ এবং উপরিস্থিত স্তর D এর গতিবেগ $v + \ell \frac{dv}{dz}$ । যদিও অণুগুলি যে কোন দিকেই প্রবাহিত হতে পারে ত্রিমাত্রিক ক্ষেত্রে Z-অক্ষ বরাবর উপর নীচে প্রবাহিত অণুর সংখ্যা মোট অণুর $\frac{1}{3}$ অংশ। যার অর্ধেক উপরের দিকে যাবে অর্থাৎ $\frac{1}{6} n C_a$ প্রতি সেকেন্ডে এবং বাকি অর্ধেক ঐ সময়ে নিচের দিকে যাবে।

উপরের স্তর D থেকে C স্তরে আগত অণুগুলির ভরবেগের বিনিময়ের পরিমাণ প্রতিসেকেন্ডে $\frac{1}{6} mn C_a S \left(v + \ell \frac{dv}{dz} \right)$ এবং অনুরূপে B থেকে C স্তরে আগত অণুগুলির ভরবেগের বিনিময়ে প্রতি সেকেন্ডে $\frac{1}{6} mn C_a S \left(v - \ell \frac{dv}{dz} \right)$

সুতরাং প্রতিসেকেন্ডে উক্ত মান দুয়ের পার্থক্য ঐ স্তরে স্থানান্তরিত ভরবেগের সমান

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{6} mn C_a S \left[\left(v + \ell \frac{dv}{dz} \right) - \left(v - \ell \frac{dv}{dz} \right) \right] \\ &= \frac{1}{3} mn C_a S \ell \frac{dv}{dz} \end{aligned}$$

এখন উক্ত সমীকরণের সঙ্গে

$$f = -\eta s \frac{dv}{dz} \text{ সমীকরণটি তুলনা করলে}$$

যেহেতু প্রতি সেকেন্ডে ভরবেগের পরিবর্তন আভ্যন্তরীণ ঘর্ষণ বলের সমান।

$$\therefore \eta s \frac{dv}{dz} = \frac{1}{3} mn C_a S \ell \frac{dv}{dz}$$

$$\therefore \eta = \frac{1}{3} mn C_a \ell \quad (1A.48)$$

সমীকরণটি হল সাদ্রতা গুণাঙ্কের সঙ্গে গড় মুক্ত পথের সম্পর্ক।

$$\text{আবার } \ell = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \sigma^2 n}$$

সুতরাং (1A.48) সমীকরণে ℓ এর মান বসিয়ে পাই

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{1}{3} mn C_a \ell = \frac{1}{3} mn C_a \times \frac{1}{\sqrt{2} \pi \sigma^2 n} \\ &= \frac{m C_a}{3 \sqrt{2} \pi \sigma^2} = \frac{m}{3 \sqrt{2} \pi \sigma^2} \times \left(\frac{8kT}{\pi m} \right)^{1/2} \left[C_a = \left(\frac{8kT}{\pi m} \right)^{1/2} \right] \\ &= \frac{2 \sqrt{mkT}}{3 \sigma^2 \pi^{3/2}} \quad (1A.49) \end{aligned}$$

সমীকরণটিতে দেখানো যায় যে উষ্ণতা বাড়লে গ্যাসের সাদ্রতা বৃদ্ধি পায়।

1A.21 সারাংশ

● গ্যাসীয় পদার্থের রাসায়নিক প্রকৃতির বিভিন্নতা সত্ত্বেও সব গ্যাসই গ্যাসের সাধারণ সূত্রগুলি মেনে চলে। যেমন বয়েলের সূত্র, চার্লসের সূত্র, অ্যাভোগাড্রোর সূত্র যার থেকে আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ $PV = nRT$ পাওয়া যায়। এ ছাড়াও গ্রাহামের ব্যাপন সূত্র $r \propto \frac{1}{\sqrt{d}}$ এবং ডালটনের অংশ চাপ সূত্র $P = p_1 + p_2 + p_3 \dots$ পরীক্ষার মাধ্যমে পাওয়া যায়।

● আদর্শ গ্যাসের গঠন ও ব্যবহার সম্পর্কে যুক্তিসঙ্গত স্বীকার্যের মাধ্যমে একটি মডেল নির্ধারণ করা হয়েছে। এই স্বীকার্যগুলি সামনে রেখে গ্যাসের চাপের একটি সমীকরণ উপপাদন করা হয়েছে $PV = \frac{1}{3}mNC^2$
 $m =$ একটি অণুর ভর $N =$ অণুর সংখ্যা, $C =$ গড় বর্গবেগের বর্গমূল, $P =$ চাপ এবং $V =$ আয়তন।

● গ্যাসের উচ্চ গতীয় সমীকরণ থেকে বয়েলের সূত্র, চার্লসের সূত্র, অ্যাভোগাড্রো সূত্র, গ্রাহামের গ্যাস ব্যাপন সূত্র, ডালটনের অংশ চাপ সূত্রে উপনীত হওয়া সম্ভব হয়েছে। ফলে প্রকল্পগুলি এখন গতীয় তত্ত্বের মর্যাদা পেয়েছে।

● গ্যাসের অণুসমূহের বেগবন্টন জনিত ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণ

$$\frac{1}{n} \frac{dn_c}{dc} = 4\pi \left(\frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} c^2 e^{-\frac{Mc^2}{2RT}}$$

● ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণ থেকে যে লেখচিত্র $\frac{1}{n} \frac{dn_c}{dc}$ বনাম C পাওয়া যায়। তার থেকে মোট গ্যাস অণুর বিভিন্ন ভগ্নাংশের সঙ্গে গতিবেগের বন্টনের একটি চিত্র পাওয়া যায়। এটি উষ্ণতার উপর নির্ভরশীল। এই বন্টন চিত্র থেকে নির্দিষ্ট উষ্ণতায় সর্বাধিক সম্ভাব্য গতিবেগ নির্ণয় করা যায়।

● ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণ থেকে সংজ্ঞা অনুযায়ী সর্বাধিক সম্ভাব্য গতিবেগ, গড়বেগ ও গড় বর্গবেগের বর্গমূলের মানও নির্ণয় করা যায়।

$$\text{একটি অণুর প্রতি সেকেন্ডে সংঘর্ষ সংখ্যা} = \sqrt{2}\pi\sigma^2 c_u n$$

$$C_u = \text{গড়বেগ}$$

$$\text{প্রতি সেকেন্ডে প্রতি ঘন সে.মি. } n \text{ সংখ্যক অণুর সংঘর্ষ সংখ্যা } Z_{11} = 2\sigma^2 n^2 \sqrt{\pi R T / M}$$

$$\text{গড় মুক্ত পথ } \ell = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$$

$$\text{অথবা } \ell = \frac{RT}{\sqrt{2\pi\sigma^2 p N_0}}$$

$$\sigma = \text{অণুর ব্যাস} \therefore \ell = K \frac{T}{p}$$

$$\bullet \text{ স্থির আয়তনে 1 মোল গ্যাসের তাপগ্রাহিতা } C_v = \frac{3}{2}R + a$$

$$C_p - C_v = R; \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5+a}{3+a} < 1.66 > 1$$

$a = 1$ গ্রাম অণুর আন্তঃআণবিক শক্তি

\bullet গ্যাসের একটি অণুর গড় স্থানান্তরজনিত শক্তি $\epsilon_N = \frac{3}{2}kT$ এবং প্রতিটি স্বাধীন মাত্রায় বন্টিত শক্তির পরিমাণ $\frac{1}{2}kT$.

এক গ্রাম অণু গ্যাসের গতীয় শক্তি $E = \frac{3}{2}RT$ এবং বহু পারমাণবিক গ্যাসের জন্য

$$E = \frac{3}{2}RT + \frac{3}{2}RT + (3n-6)RT \text{ [অ-সরলরৈখিক অণুর জন্য]}$$

$$\text{এবং } E = \frac{3}{2}RT + RT + (3n-5)RT \text{ [সরলরৈখিক অণুর জন্য]}$$

$$\text{সুতরাং } C_v = \left(\frac{\delta E}{\delta T} \right)_v$$

$$\therefore \text{ বহু পারমাণবিক গ্যাসের জন্য } C_v = \left[\frac{3}{2} + \frac{3}{2} + (3n-6) \right] R \text{ [অ-সরলরৈখিক অণুর জন্য]}$$

$$\text{এবং } C_v = \left[\frac{3}{2} + 1 + (3n-5) \right] R \text{ [সরলরৈখিক অণুর জন্য]}$$

$$\bullet \text{ সান্দ্রতা সংজ্ঞা অনুযায়ী } f = -\eta \times A \times \frac{dv}{dz}$$

$\eta =$ সান্দ্রতা গুণাঙ্ক, $\therefore A = 1 \cdot \frac{dv}{dz} = 1$ হলে $f = -\eta$; η এর একক পয়েজ = গ্রাম সেমি⁻¹ সেকেন্ড⁻¹

এবং S.I. একক = Pascal.sec

$$= 1 \text{ kgm}^{-1}\text{S}^{-1} = 10 \text{ পয়েজ।}$$

$$\text{গ্যাসের ক্ষেত্রে } \eta = \frac{1}{3} mn \frac{1}{3} mn \text{ Cal}$$

$$= \frac{2\sqrt{mRT}}{3\sigma^2 \pi^{3/2}}$$

একক 1B □ বাস্তব গ্যাস

গঠন

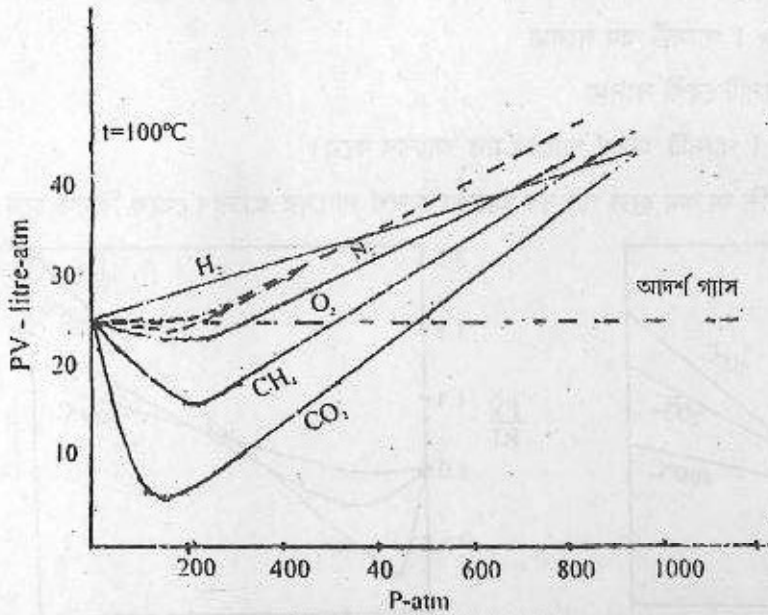
- 1B.1 প্রস্তাবনা
- 1B.2 উদ্দেশ্য
- 1B.3 অ্যামাগা রেখা
- 1B.4 সংনম্যতা গুণক
- 1B.5 সংনম্যতার আণবিক ব্যাখ্যা
- 1B.6 বাস্তব গ্যাসের আচরণে বিচ্যুতির কারণ
- 1B.7 ভ্যান ডার ওয়ালস এর সমীকরণ
- 1B.8 ভ্যান ডার ওয়ালস এর ধ্রুবকগুলির বৈশিষ্ট্য, একক ও মান
- 1B.9 ভ্যান ডার ওয়ালস এর সমীকরণের সাহায্যে বাস্তব গ্যাসের আচরণের ব্যাখ্যা
- 1B.10 ক্রান্তিক ঘটনা সমূহ ও গ্যাসের তরলীকরণ
- 1B.11 অ্যান্ড্রু বক্ররেখা ক্রান্তিক অবস্থায় গ্যাসের আচরণ
- 1B.12 অবস্থা অনবচ্ছেদ
- 1B.13 ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণ ও ক্রান্তিক ধ্রুবক সমূহ
- 1B.14 অনুরূপ অবস্থার সূত্র
- 1B.15 ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণের সীমাবদ্ধতা
- 1B.16 আন্তঃ আণবিক বল ও গ্যাসের তরলীকরণ
- 1B.17 সারাংশ
- 1B.18 অনুশীলনী (1A এবং 1B)
- 1B.19 প্রান্তিক প্রণাবলী (1A এবং 1B)

1.B.3 অ্যামাগা রেখা (Amagat's curve) এবং আদর্শ থেকে বিচ্যুতি (Deviation from ideality)

অ্যামাগা (১৮৮১ খ্রিস্টাব্দে) নির্দিষ্ট উষ্ণতায় বিভিন্ন গ্যাসের ক্ষেত্রে চাপ P কে X অক্ষ এবং PV কে (চাপ ও আয়তনের গুণফল) Y অক্ষ ধরে লেখচিত্র অঙ্কন করেন। এক মোল আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে অ্যামাগার লেখচিত্র চাপ অক্ষের অনুভূমিক সরলরেখা হবে, যেখানে Y অক্ষের মান সর্বদা $PV = RT =$ ধ্রুবক (বিভিন্ন সমোষ্ণ রেখার ক্ষেত্রে)। চিত্রে (চিত্র 1B.1) এটিকে সরল খন্ডিত রেখায় দেখানো হয়েছে।

অধিকাংশ বাস্তব গ্যাস যেমন CO_2 , O_2 , N_2 ইত্যাদির ক্ষেত্রে সাধারণ উষ্ণতায় প্রথমদিকে চাপ বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে PV এর মান কমতে থাকে যতক্ষণ না সর্বনিম্ন বিন্দুতে পৌঁছায়। এরপর চাপ বৃদ্ধির সঙ্গে PV ক্রমাগত বৃদ্ধি পায় এবং একসময় আদর্শ গ্যাসের RT এর মান অতিক্রম করেও বাড়তে থাকে। এরফলে লেখচিত্রে এক অবতল অংশের সৃষ্টি হয়। দেখা যায় যত কম উষ্ণতা অবতল অংশের গভীরতা তত বেশি। উষ্ণতা বৃদ্ধির সঙ্গে অবতলের গভীরতা কমতে থাকে এবং একটি বিশেষ উষ্ণতায় এটি সম্পূর্ণ বিলুপ্ত হয় এবং লেখটি শুরু থেকে P অক্ষের সমান্তরালভাবে কিছুদূর অগ্রসর হয়। এরপর উচ্চচাপে দেখছি উপরের দিকে উঠতে থাকে। এই উষ্ণতাকে বয়েল উষ্ণতা বলে যেহেতু লেখটি বয়েলের নীতি অনুসরণ করে। আরও অধিক উষ্ণতায় লেখটি প্রথম থেকেই উর্ধ্বমুখী হয় অর্থাৎ গ্যাসের সংনম্যতা কমে যায়।

অন্যদিকে হাইড্রোজেন, হিলিয়াম, প্রভৃতি গ্যাসের ক্ষেত্রে সাধারণ উষ্ণতাতেই $PV-P$ সমোষ্ণ রেখা চাপ বৃদ্ধির সাথে শুরুরেই বৃদ্ধি পেতে থাকে। অর্থাৎ এদের ক্ষেত্রে বয়েল উষ্ণতা সাধারণ তাপমাত্রার অনেক নীচে অবস্থান করছে এবং লেখতে অবতল অংশ পেতে গেলে উষ্ণতা অনেক কমানো প্রয়োজন। বাস্তবিক, হাইড্রোজেনের



ক্ষেত্রে বয়েল উষ্ণতা $165^\circ C$ । অর্থাৎ অ্যামাগা লেখের সাহায্যে যে কোন প্রকারের গ্যাসের ক্ষেত্রেই আদর্শ গ্যাস থেকে বিচ্যুতি লক্ষ্য করা যায়। বাস্তব গ্যাসের আচরণের বৈশিষ্ট্য :

- (1) যথেষ্ট উচ্চচাপে সব বাস্তব গ্যাসই আদর্শ গ্যাস থেকে কম সংনম্য
- (2) যথেষ্ট নিম্ন উষ্ণতায় সব গ্যাসই আদর্শ গ্যাস থেকে বেশি সংনম্য
- (3) একটি বিশেষ উষ্ণতায় (বয়েল উষ্ণতায়) একটি বাস্তব গ্যাসের সংনম্যতা আদর্শ গ্যাসের সমান।
- (4) বয়েল উষ্ণতায় মান গ্যাসের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে।

1.B.4 সংনম্যতা গুণক বা সংকোচনশীলতা (Compressibility factor)

অ্যামাগা লেখ PV বনাম P এর পরিবর্তে বর্তমানে অধিকাংশ লেখক আদর্শ গ্যাস থেকে বাস্তব গ্যাসের বিচ্যুতি বোঝাতে PV/RT বনাম P লেখ ব্যবহার করেন। এখানে PV/RT কে সংনম্যতা গুণক বা Z বলে এবং PV/RT বনাম P লেখটিকে সংনম্যতা গুণক লেখ বলে।

n গ্রাম মোল আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ হল $Pv = nRT$ এবং বাস্তব গ্যাসের ক্ষেত্রে $Pv \neq nRT$

সুতরাং বাস্তব গ্যাসের ক্ষেত্রে ধরা যাক $Pv = ZnRT$ অথবা $\frac{Pv}{nRT} = Z$ [Z = সংনম্যতা গুণক]

অর্থাৎ আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে $Z = 1$ এবং বাস্তব গ্যাসের ক্ষেত্রে $Z \neq 1$ । অর্থাৎ এই গুণকের সাহায্যে কোন গ্যাস আদর্শ গ্যাস অপেক্ষা কতটা সংনম্য বা সংকোচনশীলতা বোঝা যায়।

আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে একই উষ্ণতা ও চাপে সকল গ্যাসের আয়তন সমান। ধরা যাক এই আয়তন V_0 যখন $Z = 1$, সুতরাং একই উষ্ণতা ও চাপে n মোল বাস্তব গ্যাস ও আদর্শ গ্যাসের মধ্যে তুলনা করলে

$$Z = \frac{Pv}{nRT} \text{ এবং } 1 = \frac{Pv_0}{nRT}$$

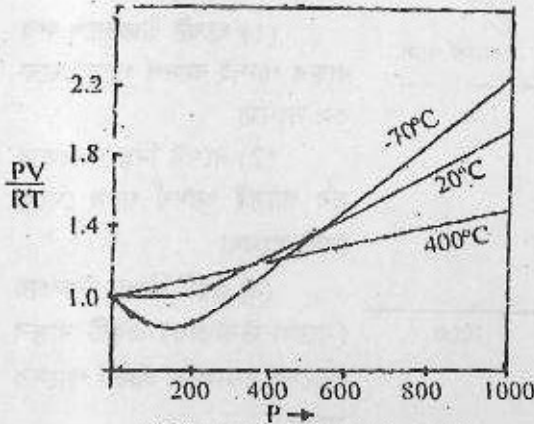
$$\text{অতএব } Z = \frac{v}{v_0} = \frac{\text{প্রকৃত গ্যাসের আয়তন}}{\text{আদর্শ গ্যাসের আয়তন}}$$

কাছেই যখন $v > v_0$ বা $Z > 1$ গ্যাসটি কম সংনম্য

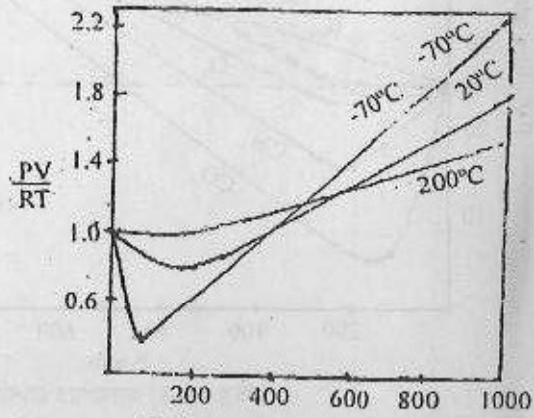
যখন $v < v_0$ বা $Z < 1$ গ্যাসটি বেশী সংনম্য

এবং যখন $v = v_0$ বা $Z = 1$ গ্যাসটি আদর্শ গ্যাসের মত আচরণ করে।

অর্থাৎ Z এর মান 1 এর বেশি বা কম হলে গ্যাসের আচরণ আদর্শ গ্যাসের আচরণ থেকে বিচ্যুত হবে।



নাইট্রোজেনের সংনম্যতা গুণক লেখ
(চিত্র 1B-2)



ইথিলীনের সংনম্যতা গুণক লেখ
(চিত্র 1B-3)

The temperature at which the real gas behaves an ideal gas over a wide range of pressure is known as **Boyle temperature**. Boyle temperature (TB) is related to the Vander Waal's constant a , b as given below-

$$TB = a/Rb$$

Z বনাম P সমোষ্ণ রেখাগুলিতে (চিত্র নং 1B.2; 1B.3) নাইট্রোজেন ও ইথিলীনের আদর্শ আচরণ থেকে বিচ্যুতির ক্ষেত্রগুলি দেখানো হয়েছে। চাপ যখন খুব কম তখন উভয়ক্ষেত্রেই $Z \approx 1$ অর্থাৎ এই অবস্থায় গ্যাসগুলি প্রায় আদর্শ গ্যাসের মত আচরণ করে। কিন্তু চাপ বাড়ার সঙ্গে সঙ্গে হয় $Z < 1$ নতুবা অধিকচাপে $Z > 1$ হয়। অর্থাৎ Z এর মানের 1 থেকে দূরত্বই একটি গ্যাসের আদর্শ গ্যাস থেকে বিচ্যুতির সূচক বা মাপ।

1.B.5 সংনম্যতার আণবিক ব্যাখ্যা :

চাপ প্রয়োগে গ্যাসের আয়তন সংকুচিত হয়। কিন্তু অণুগুলির আয়তন থাকায় দুটি অণু কাছাকাছি এলে একটি স্বল্প দূরব্যাপী বিকর্ষণী বল (Short range repulsive force) সংকোচনে বাধা দেয়। আবার চাপ কমালে অণুগুলি দূরে সরে যাওয়ার সময় একটি অধিক দূরব্যাপী আকর্ষণী বল (long range attraction force) কাজ করে। এবং সংকোচনে সাহায্য করে। একটি পাত্রে আবদ্ধ গ্যাস অণুগুলির মধ্যে দুটি বিপরীত বল কাজ করে। একটি সংকোচন সহায়ক বল এবং অপরটি সংকোচন বিরোধী বল। গ্যাসের প্রকৃতি, উষ্ণতা ও চাপের তারতম্যের ফলে দুটি বলের তারতম্যের উপর সংনম্যতার বেশি বা কম নির্ভর করে।

অধিক উষ্ণতায় গ্যাস অণুগুলির গতিশক্তি অধিক মাত্রায় বৃদ্ধির ফলে বলগুলির প্রভাব থাকে না। অন্যদিকে অল্পচাপে গ্যাসের আয়তন বৃদ্ধিতে অণুগুলির মধ্যে অধিক দূরত্বের ফলেও অণুগুলির আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল কার্যকরী হয় না। এইজন্য অল্পচাপে এবং উচ্চ উষ্ণতায় গ্যাস আদর্শ সমীকরণ মেনে চলে।

1.B.6 বাস্তব গ্যাসের আচরণে বিচ্যুতির কারণ :

আদর্শ গ্যাসের আচরণ থেকে বাস্তব গ্যাসের আচরণের বিচ্যুতির কারণ হিসাবে গ্যাসের গতিশক্তি তত্ত্বের দুটি স্বীকার্যকে চিহ্নিত করা হয়েছে।

✓ (1) গ্যাসের অণুগুলির মধ্যে কোন আকর্ষণ নেই। অর্থাৎ গ্যাস অণুগুলির পারস্পরিক ও দেওয়ালের সঙ্গে সংঘর্ষগুলি স্থিতিস্থাপক এবং তাৎক্ষণিক।

✓ (2) গ্যাসের অণুগুলি বিন্দু সদৃশ এবং এদের ভর আছে কিন্তু আয়তন অতি নগণ্য যা কার্যত অগ্রাহ্য করা যায়।

বাস্তব গ্যাসের ক্ষেত্রে এই দুটি স্বীকার্য সংশোধন যোগ্য বলে চিহ্নিত করা হয়েছে।

প্রথমত, গ্যাস অণুগুলির মধ্যে আকর্ষণ বলের অভিজ্ঞকে স্বীকার করা হয়েছে। গ্যাসকে শর্তসাপেক্ষে (কম উষ্ণতায় ও উচ্চচাপে) শীতল করলে তরলে পরিণত করা যায়। এবং তরলের ক্ষেত্রে সংসক্তি বল (Cohesive force) লক্ষ্য করা যায়। সুতরাং গ্যাস অণুগুলির মধ্যেও আকর্ষণ বল কাজ করবে।

জুল-টমসন (Joule-Thomson) পরীক্ষায় সচ্ছিন্ন দেওয়ালের মধ্য দিয়ে উচ্চচাপ থেকে নিম্নচাপে গ্যাস প্রসারিত করলে গ্যাসের উষ্ণতা কমে যায়। অর্থাৎ গ্যাসের অণুগুলির মধ্যকার আকর্ষণ অতিক্রম করে প্রসারিত হতে গিয়ে কাজ করতে হয়। এর জন্য শক্তি ব্যয় হয় এবং উষ্ণতা কমে।

দ্বিতীয়ত, গ্যাস অণুগুলি যতই ক্ষুদ্র হোক তাদের ব্যাসার্ধ আছে। সুতরাং তাদের আয়তনও আছে। গ্যাসের অণুগুলি একত্রিত করলে যে কার্যকরী আয়তন পাওয়া যায় তা পাত্রের একটা অংশকে যে কোন গ্যাস অণুর জন্য অগম্য করে, ফলে ঐ আয়তনটুকু বাদ দিয়েই পাত্রের প্রকৃত আয়তন ধরতে হবে।

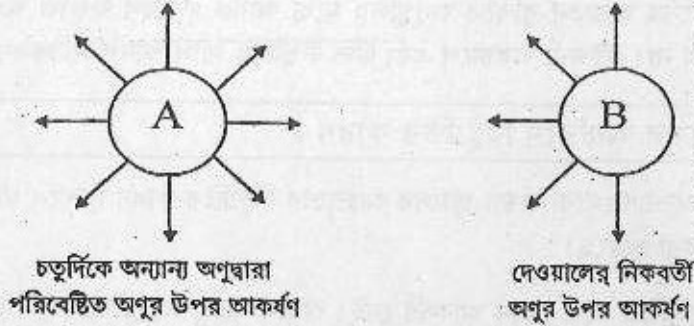
1.B.7 ভ্যান ডার ওয়ালস্ এর সমীকরণ (Van der Waals' Equation)

বাস্তব গ্যাসের আচরণ আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ দিয়ে সমস্ত উষ্ণতায় ও চাপে ব্যাখ্যা করা যায় না। এর কারণ হিসাবে ওলন্দাজ বিজ্ঞানী ভ্যান ডার ওয়ালস্ আদর্শ গ্যাসের স্বীকার্যগুলিতে দুটি সংশোধন আনেন (1) আদর্শ গ্যাসের অণুগুলির মধ্যে আকর্ষণ বল কাজ করে এবং (2) অণুগুলির আয়তন আছে। এবং ঐ দুটি সংশোধনের ভিত্তিতে তিনি আদর্শ গ্যাসের সমীকরণে ($PV = nRT$) দুটি সংশোধন আনেন।

(1) চাপের সংশোধন

(2) আয়তনের সংশোধন।

চাপ সংশোধন (অর্থাৎ আণবিক আকর্ষণের সংশোধন) (Pressure Correction) :



(চিত্র 1B.4)

একটি গ্যাসাধারে রক্ষিত গ্যাসের অণুগুলির মধ্যে কোন একটি অণু যখন চতুর্দিকে অন্যান্য অণুদ্বারা, বেষ্টিত থাকে যেমন অবস্থান 'A' (চিত্র 1B.4) তখন সবদিকে সমানভাবে অণুটি আকৃষ্ট হয়। যে কোন দুটি বিপরীত মুখী আকর্ষণ একে অন্যকে প্রশমিত করে। ফলে অণুটির উপর কার্যকরী লম্বি বল (Resultant force) বা মোট আকর্ষণ বল শূন্য হয়। কিন্তু যখন অণুটি গ্যাসাধারের দেওয়ালের সঙ্গে সংঘর্ষের উপক্রম করে যেমন অবস্থান 'B' তখন অণুটি কেবলমাত্র একদিকে (অর্থাৎ গ্যাস পাত্রের ভিতর দিকে) আকর্ষণ অনুভব করে (চিত্র 1B.4) এবং অণুটির উপর কার্যকরী লম্বি বল শূন্য হয় না বরং অণুটি একটি অন্তর্মুখী চাপ বা সংসক্তি টান (Cohesive pressure) (P_a) অনুভব করে। ফলে অণুটি আদর্শ গ্যাসের আকর্ষণ মুক্ত অণু হলে প্রতি সেকেন্ডে যতবার বা যে গতিতে ধাক্কা দিতে পারে, একটি বাস্তব গ্যাসের অণু পিছুটানের জন্য ততবার বা সেই গতিতে ধাক্কা দিতে পারবে না। ফলে বাস্তব গ্যাসের অণুর ধাক্কা জনিত বাহ্যিক চাপ (P) আদর্শ গ্যাসের অণু প্রদত্ত চাপ (P_0) থেকে কম হবে। এবং আকর্ষণজনিত কম চাপের পরিমাণ P_a হওয়ায় $P_0 = P + P_a$ ।

এখন আকর্ষণজনিত অস্তঃটান বা সংসক্তি টান P_a নিম্নলিখিত কারণে দুপ্রকারে গ্যাসের ঘনত্বের উপর নির্ভরশীল।

(1) প্রতিটি অণু যখন গ্যাস পাত্রের দেওয়ালে আঘাত করতে উদ্যত হয় তখন তার উপর যে আভ্যন্তরীণ আকর্ষণবল বা সংসক্তি টান কাজ করে তা একক আয়তনের অণুসংখ্যা বা গ্যাসের ঘনত্বের (d) সমানুপাতিক।

(2) প্রতি সেকেন্ডে দেওয়ালের একক ক্ষেত্রে যে অণুগুলি আঘাত করতে উদ্যত হয় তা একক আয়তনে উপস্থিত অণুগুলির সংখ্যা বা ঘনত্বের উপর নির্ভরশীল বা সমানুপাতিক।

সুতরাং উপরিউক্ত দুটি কারণ একত্রিত করলে

অস্তঃটান $P_a \propto d^2$ যদি 1 মোল গ্যাসের আয়তন V হয়

$$\text{অর্থাৎ } P_a \propto \frac{1}{V^2} \text{ (কারণ } d \propto \frac{1}{V} \text{)}$$

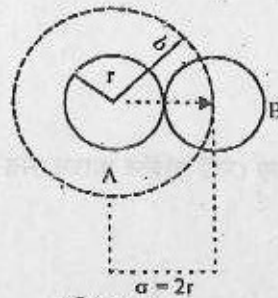
$$\text{অথবা } P_a = \frac{a}{V^2} \text{ (a একটি ধ্রুবক)}$$

চাপ সংশোধন করলে 1 মোল গ্যাসের আদর্শ চাপ

$$P_a = P + P_a = P + \frac{a}{V^2} \text{ [n মোল গ্যাসের ক্ষেত্রে } P_a = \frac{an^2}{V^2} \text{ এবং } P_o = P + \frac{an^2}{V^2} \text{]}$$

আয়তন সংশোধন (Volume Correction)

গতীয় তত্ত্বে আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে অণুগুলি বিন্দুবৎ ও আয়তনহীন ধরা হয় ফলে গ্যাসাধারের সবত্রই যে কোন অণুর গম্যস্থান বিবেচনা করা হয়। কিন্তু বাস্তব গ্যাসের ক্ষেত্রে স্বীকার করা হয়েছে যে অণুগুলি ক্ষুদ্র হলেও এদের আয়তন আছে। সুতরাং বলা যায় যে, গ্যাসাধারের আয়তন থেকে অণুগুলি মোট কার্যকরী আয়তন বাদ দিলে বাকি যে অংশ অবশিষ্ট থাকে তাই কেবল যে কোন অণুর জন্য মুক্ত বিচরণ ক্ষেত্র হতে পারে।



(চিত্র 1B-5)

যদি এক মোল গ্যাসের অণুগুলির সম্মিলিত আয়তন = b হয় এবং গ্যাসাধারের আয়তন V হয় তবে অণুগুলির মুক্ত বিচরণের জন্য আদর্শ আয়তন হবে $(V-b)$ । আবার n মোল গ্যাসের আয়তন যদি V হয় তবে

সংশোধিত আয়তন হবে $(V-nb)$ । এখানে দেখানো যায় b প্রকৃতপক্ষে গ্যাস অণুগুলির সম্মিলিত আয়তনের চারগুণ।

যদি বর্তুলাকার প্রতিটি অণুর ব্যাসার্ধ $= r$ হয় তবে প্রতিটি অণুর আয়তন $= \frac{4}{3} \pi r^3$ ।

এখানে প্রতিটি অণুর ব্যাস ধরা হল σ বা $2r$ । দুটি অণু পরস্পর নিকটবর্তী হলে তাদের কেন্দ্রের ন্যূনতম দূরত্ব হবে σ বা $2r$ । এবং দুটি অণুর কেন্দ্রের দূরত্ব পরস্পর থেকে σ এর কম হতে পারে না যেহেতু অণু দুটি পরস্পরের অভেদ্য।

একটি অণু 'A' কে কেন্দ্র করে $2r$ ব্যাসার্ধ নিয়ে ভাগরেখায় একটি প্রভাব বর্তুল আঁকা হল যার আয়তন $\frac{4}{3} \pi (2r)^3$ । দেখানো হয়েছে যে এই প্রভাব বর্তুলের মধ্যবর্তী স্থান অন্য যেকোন একটি অণু যেমন 'B' এর কেন্দ্রের অগম্য। একইভাবে দেখানো যায় যে 'B' কে কেন্দ্র করেও একই রকম প্রভাব বর্তুল আঁকা সম্ভব যার যে কোন দিক থেকেই 'A' অণুর কেন্দ্রের অগম্য স্থান।

সুতরাং A ও B অর্থাৎ এক জোড়া অণুর জন্য বর্জিত আয়তনের মান (Excluded volume)

$$\frac{4}{3} \pi \sigma^3 = \frac{4}{3} \pi (2r)^3 = 8 \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right)$$

সুতরাং একক অণুর জন্য বর্জিত আয়তনের মান

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right)$$

$$= 4 \times \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right)$$

$= 4 \times$ একটি অণুর আয়তন

1 মোল গ্যাসের অণুর সংখ্যা N_0

\therefore 1 মোল গ্যাসের সমস্ত অণুর জন্য মোট বর্জিত আয়তনের মান

$$b = 4 \times N_0 \times \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right)$$

$= 4 \times$ অণুর সংখ্যা \times একটি অণুর আয়তন

$=$ সমস্ত অণুর মোট আয়তনের চারগুণ।

b = একটি ধ্রুবক।

1 মোল আদর্শ গ্যাসের সমীকরণে চাপ P ও আয়তন V এর পরিবর্তে যথাক্রমে সংশোধিত চাপ $\left(P + \frac{a}{V^2}\right)$ এবং সংশোধিত আয়তন $(V-b)$ বসিয়ে 1 মোল বাস্তব গ্যাসের জন্য ভ্যান ডার ওয়ালস এর সমীকরণ পাওয়া যায়।

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT \dots\dots(1B.1)$$

এখন n মোল গ্যাসের জন্য ভ্যান ডার ওয়ালস এর সমীকরণ :

v যদি n মোল গ্যাসের আয়তন হয় তবে $V = \frac{v}{n}$

অতএব সমীকরণে (1B.1) এ বসিয়ে পাওয়া যায়।

$$\left[P + \frac{a}{\left(\frac{v}{n}\right)^2}\right] \left[\frac{v}{n} - b\right] = RT$$

অথবা, $\left(P + \frac{an^2}{v^2}\right)(v - nb) = nRT$ (1B.2) ← For n-mole of gas

1.B.8 ভ্যান ডার ওয়ালস এর ধ্রুবকগুলির বৈশিষ্ট্য, একক ও মান (Characteristics, units and values of Van der Waals constants)

'a' ও 'b' ভ্যান ডার ওয়ালস এর ধ্রুবক। তবে এগুলি সার্বজনীন ধ্রুবক নয়। এদের মান প্রত্যেকটি গ্যাসের জন্য নির্দিষ্ট। কিন্তু বিভিন্ন গ্যাসের ক্ষেত্রে বিভিন্ন।

✓ 'a' গ্যাস অণুর আন্তঃ আণবিক আকর্ষণের মান সূচিত করে। যে গ্যাসের 'a' যত বড় সেই গ্যাস তত সহজে তরলে পরিণত হয়। অন্যদিকে 'b' সূচিত করে গ্যাসের আকার ও আয়তন। এর থেকে অণুর ব্যাসও গণনা করা যায়।

'a' ও 'b' উষ্ণতার উপর নির্ভর করে। উষ্ণতা বাড়লে 'a' এর মান কমে অর্থাৎ অণুর আকর্ষণ বল কমে। অন্যদিকে উষ্ণতা বাড়লে 'b' এর মান সামান্য কমে।

$\frac{an^2}{V^2}$ এর একক চাপের একক অর্থাৎ

$$a \text{ এর একক} = \frac{\text{চাপ} \times (\text{আয়তন})^2}{(\text{মোল সংখ্যা})^2} \text{ এর একক}$$

∴ a এর একক = অ্যাটমস্ফিয়ার (লিটার)² মোল⁻²
বা, atmosphere. litre².mol⁻²

nb এর একক আয়তনের একক অর্থাৎ

$$b \text{ এর একক} = \frac{\text{আয়তন}}{(\text{মোল সংখ্যা})} \text{ এর একক}$$

∴ b এর একক = লিটার. মোল⁻¹ বা, litre.mol⁻¹

S.I. এককে

$$a = \frac{\text{চাপ} \times (\text{আয়তন})^2}{(\text{মোল সংখ্যা})^2}$$

$$= \frac{(\text{নিউটন মিটার}^{-2}) (\text{m}^3)^2}{(\text{মোল})^2}$$

a-এর একক = Nm⁴mol⁻²

1. অ্যাটমস্ফিয়ার লি². মোল⁻² = 1.013 × 10⁻¹ নিউটন মি.⁴ মোল⁻²

b = আয়তন (মোল সংখ্যা)⁻¹ এর একক

b এর একক = মিটার³ মোল⁻¹ অর্থাৎ m³.mol⁻¹

1 লিটার মোল⁻¹ = 10⁻³ মি³ mol⁻¹

বিভিন্ন গ্যাসের 'ভ্যান ডার ওয়ালস্' ধ্রুবকের মান

গ্যাস	a অ্যাটমস্ফিয়ার লিটার ² মোল ²	b লিটার মোল ⁻¹
হিলিয়াম	0.034	0.0231
হাইড্রোজেন	0.245	0.0266
অক্সিজেন	1.36	0.0318
নাইট্রোজেন	1.39	0.0319
কার্বন-ডাই-অক্সাইড	3.59	0.0427
মিথেন	2.25	0.0428

1B.9 ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণের সাহায্যে বাস্তব গ্যাসের আচরণের ব্যাখ্যা (Explanation of behaviour of real gas with the help of Van der Waals equation)

অ্যামাগার লেখচিত্র (চিত্র 1B.1) এবং সংনম্যতা গুণক রেখার (চিত্র 1B.2 ও 1B.3) সাহায্যে বাস্তব গ্যাসের আচরণ সম্বন্ধে আমরা ধারণা করতে পারি। ভ্যান ডান ওয়ালস এর সমীকরণ রেখা চিত্রগুলিকে কতটা ব্যাখ্যা করতে পারে তার উপর নির্ভর করে বলা যায় এই সমীকরণের প্রয়োগের সার্থকতা কতখানি।

এখানে গ্যাসের নিম্নচাপ, উচ্চচাপ, উচ্চ উষ্ণতা এবং হাইড্রোজেনের অস্বাভাবিক আচরণের ক্ষেত্রে ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণটিকে পৃথকভাবে বিচার করা হয়েছে।

এক মোল গ্যাসের জন্য ভ্যান ডার ওয়ালস এর সমীকরণ $\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$ এর বিভিন্ন ক্ষেত্রে যে রূপান্তর ঘটে তার ভিত্তিতে আমরা সহজেই ব্যাখ্যা করতে পারি।

✓ **নিম্নচাপে :** নিম্নচাপে আয়তন-সংশোধন অপেক্ষা চাপ-সংশোধন পদের মান অধিক। অর্থাৎ P এর তুলনায় $\frac{a}{V^2}$ নগণ্য নয় কিন্তু V এর তুলনায় b নগণ্য। সুতরাং নিম্নচাপে ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণটিকে লেখা যায়।

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)V = RT$$

$$\text{অথবা } PV + \frac{a}{V} = RT$$

$$\text{অথবা } PV = RT - \frac{a}{V} \quad [RT = \text{আদর্শ গ্যাসের } PV]$$

$$\text{সুতরাং } PV < RT$$

$$\text{অথবা } \frac{PV}{RT} = Z < 1 \quad \text{সুতরাং সংনম্যতা বেশি}$$

এই অবস্থায় চাপ বৃদ্ধি পেলে V এর মান কমবে এবং $\frac{a}{V}$ এর মান বাড়বে এবং PV তত কমবে। সুতরাং CO_2 , CH_4 প্রভৃতি গ্যাসের অ্যামাগা রেখার প্রাথমিক অংশের যুক্তিগ্রাহ্য ব্যাখ্যা পাওয়া যায়।

✓ **উচ্চ চাপে :** উচ্চচাপে গ্যাসের আয়তন অত্যন্ত কমে যায়। আয়তন সংশোধনের মান অপেক্ষাকৃত ভাবে অনেক বেশি। অর্থাৎ V এর তুলনায় b নগণ্য নয়। কিন্তু P এর তুলনায় $\frac{a}{V^2}$ নগণ্য। সুতরাং ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণটিকে লেখা যায়।

$$P(V-b) = RT$$

$$\text{অথবা } PV - Pb = RT$$

$$\text{অথবা } PV = RT + Pb$$

$$\text{অর্থাৎ } PV > RT \text{ অথবা } \frac{PV}{RT} = Z > 1 \text{ অর্থাৎ সংনম্যতা কম।}$$

সুতরাং এক্ষেত্রে চাপ যত বাড়বে Pb বাড়বে এবং PV ও RT থেকে উপরে উঠবে। CO₂, CH₄ ইত্যাদি গ্যাসের অ্যামাগা সমোক্ষ রেখার বিন্দুতে পৌঁছানোর পর PV ক্রমশ বাড়বে।

এখানে দুই প্রকারের সংশোধনী বিপরীতমুখী। প্রথম ক্ষেত্রে আণবিক আকর্ষণের প্রভাবে PV এর মান কমে এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে চাপ বৃদ্ধিতে PV এর মান বাড়তে থাকে। ফলে মধ্যচাপে PV এর একটি সর্বনিম্ন মান অবশ্যই পাওয়া সম্ভব যা বক্র আলেক্টের সর্বনিম্ন বিন্দু।

✓ উচ্চ উষ্ণতায় : উচ্চ উষ্ণতায় গ্যাসের আয়তন V যথেষ্ট বৃদ্ধি পায় এবং ঘনত্ব কমে যায়। ফলে b এবং $\frac{a}{V^2}$ এর মান অতি নগণ্য হয়ে পড়ে। ফলে ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণ আদর্শ গ্যাস সমীকরণে পরিণত হয়। এইজন্য উষ্ণতার বৃদ্ধিতে CO₂, CH₄ গ্যাসের অ্যামাগা সমোক্ষ রেখার গতি কমেতে থাকে ও বয়েল উষ্ণতায় সম্পূর্ণ বিলুপ্ত হয় এবং আদর্শ গ্যাসের আচরণ করে।

হাইড্রোজেন ও হিলিয়ামের অসাধারণ আচরণ : H₂, He গ্যাসের আণবিক ভর অত্যন্ত কম। ফলে যে কোন চাপে ভরের উপর নির্ভরশীল আন্তঃআণবিক সংসক্তি টান খুব কম ও নগণ্য। এবং $\frac{a}{V^2}$ কে P এর তুলনায় নগণ্য। এবং ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণকে লেখা যায় $P(V-b) = RT$ অথবা $PV - Pb = RT$

$$\text{বা, } PV = RT + Pb \text{ অর্থাৎ } PV > RT$$

$$\text{বা, } \frac{PV}{RT} = Z > 1 \text{ অর্থাৎ সংনম্যতা প্রথম থেকেই কম।}$$

সুতরাং H₂ ও He গ্যাস দুটির অ্যামাগা রেখা সাধারণত উষ্ণতায় প্রথম থেকেই উর্ধ্বগামী।

1B.10 ক্রান্তিক ঘটনা সমূহ ও গ্যাসের তরলীকরণ (Critical Phenomena and Liquifaction of gases)

✓ ক্রান্তিক অবস্থা (Critical States)

তরল অবস্থায় পদার্থের অণুগুলির মধ্যে সংসক্তি বল (Cohesive force) কাজ করে এবং আন্তঃ আণবিক আকর্ষণ বেশি হওয়ায় অণুগুলি পাশাপাশি অবস্থান করে এবং অণুগুলি গ্যাসের অণুর মত স্থানান্তরজনিত গতীয় শক্তি লাভ করতে পারে না।

গ্যাসের অণুগুলির মধ্যে আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল তরলের তুলনায় অনেক কম। গ্যাসের অণুমুহূ অবস্থায় ইতস্তত চতুর্দিকে বেগে ধাবিত হয় এবং অণুগুলির গড় মুহূপথ আণবিক ব্যাসের থেকে অনেক বেশি।

গ্যাসের অণুগুলির দুর্বল আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল ভ্যান ডার ওয়ালস্ বল নামে পরিচিত। গ্যাসের (H_2 , O_2 , N_2 ইত্যাদি) অণুগুলি সাধারণত অধ্রুবীয় (Non-polar)। F. Loudon (1930) এর প্রস্তাব অনুসারে অণুর কেন্দ্রগুলি ধনাত্মক আধানযুক্ত এবং কেন্দ্রের চতুর্দিকে ঋণাত্মক আধানযুক্ত ইলেকট্রন মেঘ (cloud) দোলায়মান অবস্থায় থাকার জন্য একটি তাৎক্ষণিক তড়িৎ চৌম্বকীয় ক্ষেত্র সৃষ্টি হয়। এবং অণুগুলি এক একটি দোলায়মান ডাইপোল (oscillating dipole) হিসাবে কাজ করে। অণুমধ্যস্থ পারস্পরিক চৌম্বকীয় ক্রিয়ার প্রভাবে আকর্ষণী বলের সৃষ্টি হয়। অণুগুলির অন্তর্বর্তী দূরত্বের উপর এই আকর্ষণ বল নির্ভর করে। অণুর ব্যবধান কমলে আকর্ষণ বলের পরিমাণ বাড়ে। চাপ বৃদ্ধি করলে অণুগুলি কাছাকাছি আসে এবং প্রবল আকর্ষণের সৃষ্টি হয়। ফলে চাপ বৃদ্ধিতে গ্যাসের তরলে পরিণত হবার সম্ভাবনা বাড়ে।

অন্যদিকে উষ্ণতা হ্রাস করলে অণুগুলির গতিশক্তি কমে এবং অণুগুলি কাছাকাছি আসে। এরফলে ভ্যান ডার ওয়ালস্ আকর্ষণ বল বিশেষভাবে কার্যকরী হয়। ফলে উষ্ণতা হ্রাস করলে তরলীভবন সম্ভব হয়।

কিন্তু নির্দিষ্ট উষ্ণতার উর্ধ্বে চাপ বৃদ্ধি সত্ত্বেও গ্যাস তরলে পরিণত হয় না। কারণ তখনও অণুগুলির গতিশক্তি আকর্ষণ বলকে অতিক্রম করতে সাহায্য করে।

যে বিশেষ উষ্ণতার উর্ধ্বে কোন একটি গ্যাসের উপর যথাসাধ্য চাপ বৃদ্ধি করেও, কোনভাবেই গ্যাসটিকে তরলে পরিণত করা যায় না সেই উষ্ণতাকে গ্যাসটির ক্রান্তিক উষ্ণতা (Critical temperature) বলে। যেমন— কার্বন ডাই-অক্সাইড গ্যাসের ক্রান্তিক উষ্ণতা $31.1^\circ C$ । অর্থাৎ $31.1^\circ C$ উষ্ণতার উর্ধ্বে কার্বন ডাই-অক্সাইড গ্যাসকে তরলে পরিণত করতে কোন চাপই যথেষ্ট নয়। অক্সিজেনের ক্রান্তিক উষ্ণতা $-118.8^\circ C$ এবং হাইড্রোজেনের ক্রান্তিক উষ্ণতা $-240^\circ C$ । অর্থাৎ এই সব গ্যাসকে শীতল করতে হলে প্রথমে এগুলিকে নির্দিষ্ট উষ্ণতার নীচে শীতল করা প্রয়োজন।

কোন একটি গ্যাসকে ক্রান্তিক উষ্ণতায় রেখে তরলে পরিণত করার জন্য যে ন্যূনতম চাপের প্রয়োজন হয় সেই চাপকে গ্যাসটির ক্রান্তিক চাপ (Critical pressure) বলে।

যেমন-কার্বন ডাই-অক্সাইডের ক্রান্তিক চাপ 73 অ্যাটমস্ফিয়ার। অর্থাৎ ($31.1^\circ C$) ক্রান্তিক উষ্ণতায় কার্বন ডাই-অক্সাইডকে তরলে পরিণত করতে হলে ন্যূনতম চাপ 73 অ্যাটমস্ফিয়ার-এর প্রয়োজন। এর কম চাপে তরল করা যায় না।

ক্রান্তিক উষ্ণতা ও ক্রান্তিক চাপে এক মোল পরিমাণ কোন একটি গ্যাসের আয়তনকে গ্যাসটির ক্রান্তিক আয়তন (Critical Volume) বলে।

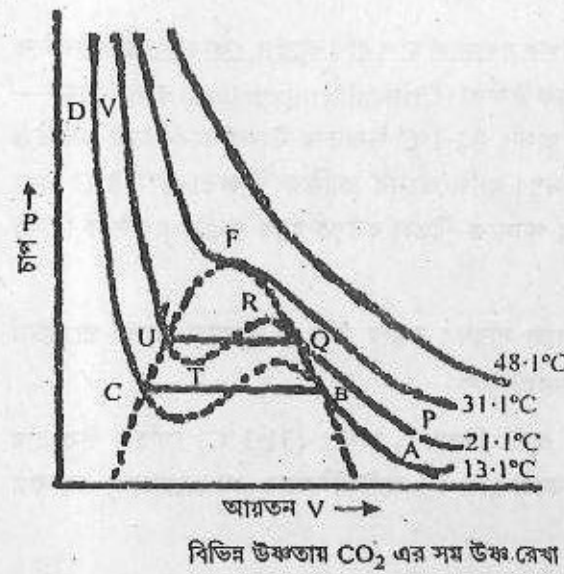
যেমন-কার্বন ডাই-অক্সাইড গ্যাসের ক্রান্তিক আয়তন 64.51 মিলিলিটার। অর্থাৎ $31.1^\circ C$ ক্রান্তিক উষ্ণতায় 373 অ্যাটমস্ফিয়ার ক্রান্তিক চাপে এক মোল কার্বন ডাই-অক্সাইড গ্যাসের ক্রান্তিক আয়তন 64.51 মিলিলিটার।

কোন একটি গ্যাসের ক্রান্তিক উষ্ণতা, ক্রান্তিক চাপ ও ক্রান্তিক আয়তন যথাক্রমে T_c , P_c ও V_c দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। কোন একটি গ্যাসের জন্য এদের মান নির্দিষ্ট। তাই এদের ক্রান্তিক ধ্রুবক (Critical Constants) বলে। T , P ও V এর পাদচিহ্ন C বর্ণটি ক্রান্তিক অবস্থা নির্দেশ করে।

1B.11 অ্যান্ড্রুজের বক্ররেখা ক্রান্তিক অবস্থায় গ্যাসের আচরণ (Andrew's Curve - Behaviour of Gases in critical states)

বিজ্ঞানী অ্যান্ড্রুজ (1869) সর্বপ্রথম নির্দিষ্ট উষ্ণতায় নির্দিষ্ট পরিমাণ কার্বন ডাই-অক্সাইড গ্যাস নিয়ে চাপের পরিবর্তনের সঙ্গে আয়তনের পরিবর্তন পরিমাপ করেন এবং P - V সমোষ্ণ রেখাগুলি অঙ্কিত করেন। সমোষ্ণ রেখাগুলি অ্যান্ড্রুজের বক্ররেখা (Andrew's Curve) নামে পরিচিত (চিত্র 1B.6)। বয়েলের সূত্রানুসারে আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে P - V সমোষ্ণ রেখাগুলি আয়তন পরাবৃত্তাকার উষ্ণতা (Rectangular hyperbola) হয়। CO_2 গ্যাসের ক্ষেত্রেও উচ্চ উষ্ণতায় (যেমন $48.1^\circ C$) সমোষ্ণ রেখা আদর্শ গ্যাসের মত আচরণ করে এবং সম্পূর্ণভাবে আয়তন পরাবৃত্তাকার না হলেও অনেকাংশে পরাবৃত্তাকার ধারণ করে।

নিম্ন উষ্ণতায় P - V সমোষ্ণ রেখাগুলি পরাবৃত্তাকার থাকে না বরং তিনটি অংশে বিভক্ত হয় এবং মধ্যবর্তী অংশটি আয়তন অক্ষের সঙ্গে সম্পূর্ণ অনুভূমিক হয়। $13.1^\circ C$ উষ্ণতায় CO_2 গ্যাসের উপর ধীরে



ধীরে চাপ বৃদ্ধি করলে ABCD সমোষ্ণ বক্ররেখাটি পাওয়া যায়। A বিন্দুটির ভূজ ও কোটি যথাক্রমে CO_2 গ্যাসের ঐ বিন্দুতে আয়তন ও চাপ নির্দেশ করে। চাপ বৃদ্ধি করলে আয়তন কমতে থাকে এবং B বিন্দুতে একটি নির্দিষ্ট চাপে গ্যাসটির তরলীভবনের সূত্রপাত হয় এবং আয়তন দ্রুত কমতে থাকে যতক্ষণ না C বিন্দুতে গ্যাসটি সম্পূর্ণ তরলে পরিণত হয়। BC অনুভূমিক রেখায় চাপ একই থাকে এবং তরল ও গ্যাস একই সঙ্গে অবস্থান করে। C বিন্দুতে আরও চাপ বৃদ্ধি করলে অধিক চাপেও আয়তন সামান্য সংকুচিত হয়। এবং CD বরাবর উন্নয়ন রেখাটি পাওয়া যায় যেহেতু তরলের সংনম্যতা কম। সুতরাং বক্ররেখাটির AB অংশ CO_2 এর গ্যাসীয় অবস্থা, BC অংশ গ্যাসীয় অবস্থা ও তরলের সহাবস্থান এবং CD অংশ তরল অবস্থা

নির্দেশ করে।
(চিত্র 1B.6)

একইভাবে $21.1^\circ C$ উষ্ণতায় PQUV সমোষ্ণ রেখাটিতে Q বিন্দুতে অনেক বেশি চাপে তরলীভবন শুরু হয়, এবং অনুভূমিক রেখা QU অনেক ছোট হয়। এইভাবে উষ্ণতা বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে অনুভূমিক অংশটিও ছোট হতে থাকে এবং $31.1^\circ C$ এর সমোষ্ণ রেখায় এটি একটি বিন্দু F এ পরিণত হয়। অর্থাৎ এই উষ্ণতায়

CO₂ গ্যাস থেকে তরলে পরিবর্তনের ক্ষেত্রে অবস্থার অনবচ্ছেদ চিত্রের সাহায্যে দেখান হয়েছে। চিত্রে (চিত্র 13-7) দুটি রেখা দেখান হয়েছে — একটি GFH ক্রান্তিক উষ্ণতায় (31.1°C) অধিবৃত্তকে স্পর্শ করেছে মাত্র এবং দ্বিতীয়টি ABCD ক্রান্তিক উষ্ণতার নীচে (13.1°C) অধিবৃত্তের মধ্য দিয়ে গেছে। ABCD সমোষ্ণ রেখার উপর P বিন্দুটি অধিবৃত্তের বাইরে নির্দিষ্ট চাপ ও আয়তনে গ্যাসীয় অবস্থায় আছে। গ্যাসটিকে স্থির আয়তনে উত্তপ্ত করা হল যাতে অধিবৃত্তের বাইরে PQ বরাবর ক্রান্তিক বিন্দুর উর্ধ্বে Q বিন্দুতে পৌঁছায়। Q বিন্দু থেকে স্থির চাপে গ্যাসটিকে শীতল করা হল যাতে QR বরাবর আয়তন কমে। এবং উষ্ণতা কমান ফলে 13.1°C এর সমোষ্ণ রেখার উপর R বিন্দুতে পৌঁছায়। কিন্তু এইভাবে ক্রান্তিক উষ্ণতার নীচে R বিন্দুতে উপস্থিত হতে কোন অবস্থাতেই গ্যাস ও তরলের সহাবস্থানের প্রয়োজন হয় না। Q থেকে R বিন্দুতে উষ্ণতা কমানোর ফলে গ্যাসটির ঘনত্ব বাড়তে থাকে এবং আন্তঃ আণবিক বলও বৃদ্ধি পায়। আন্তঃ আণবিক বল এতটাই বৃদ্ধি পায় যে ঘনসন্নিবিষ্ট গ্যাস ও তরলের মধ্যে কোন প্রভেদ থাকে না। অর্থাৎ পদার্থটি গ্যাস থেকে সরাসরি তরলে পরিণত হয়। ফলে বলা যায় পদার্থের এই অবস্থার রূপান্তর একটি অনবচ্ছিন্ন ঘটনা। এই ঘটনাকেই অবস্থার অনবচ্ছেদ বলে।

1B.13 ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণ এবং ক্রান্তিক ধ্রুবক সমূহ (Van der Waals' Equation and Critical constants) :

এক মোল বাস্তব গ্যাসের জন্য ভ্যান ডার ওয়ালস এর সমীকরণটি

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

সরলীকরণ করে $\frac{V^2}{P}$ দিয়ে গুণ করে V এর অবরোধী ঘাতে সাজালে পাওয়া যায়

$$V^3 - \left(b + \frac{RT}{P}\right)V^2 + \frac{a}{P}V - \frac{ab}{P} = 0 \quad (1B.3)$$

যা V এর একটি ত্রিঘাত সমীকরণ। সুতরাং নির্দিষ্ট চাপ ও উষ্ণতায় সমীকরণটি সমাধান করলে V-এর তিনটি মূল (root) পাওয়া যাবে। তিনটি মূলই বাস্তব হবে অথবা একটি বাস্তব রাশি এবং অপরটি কাল্পনিক রাশি হতে পারে। CO₂ গ্যাসের অ্যাম্প্লিজের সমোষ্ণ রেখার ক্ষেত্রে ক্রান্তিক উষ্ণতার উর্ধ্বে সর্বদা একটি নির্দিষ্ট চাপে একটি বাস্তব আয়তন পাওয়া যায়। কিন্তু ক্রান্তিক বিন্দুর নীচে একই চাপে আয়তনের তিনটি মান সম্ভব।

টমসন (Thomson, 1871) ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণে একটি গ্যাসের (যেমন CO₂) a ও b ধ্রুবকের পরীক্ষালব্ধ মান বসিয়ে নির্দিষ্ট উষ্ণতায় বিভিন্ন চাপে অনুবর্তী আয়তন (মূল) নির্ণয় করে P-V সমোষ্ণ রেখা অঙ্কন করেন। দেখা গেল ক্রান্তিক উষ্ণতার উর্ধ্বে সমীকরণ ভিত্তিক রেখাচিত্র এবং পরীক্ষালব্ধ রেখাচিত্র সমপতিত (coincide) হয়। ফলে ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণের যৌক্তিকতা এক্ষেত্রে সপ্রমাণজনক।

এক্ষেত্রে একই চাপে একটি মাত্র আয়তন (মূল) বাস্তব এবং অন্য দুটি কাল্পনিক। কিন্তু ক্রান্তিক উষ্ণতার নীচে গ্যাসীয় ও তরল অংশে তত্ত্বগত-রেখা এবং পরীক্ষালব্ধ রেখার মধ্যে যথেষ্ট সাদৃশ্য থাকলেও যে অংশে তরল ও গ্যাস সহাবস্থান করে সেখানে যথেষ্ট বৈসাদৃশ্য দৃষ্ট হয়। পরীক্ষালব্ধ অনুভূমিক রেখার বদলে সমীকরণজাত রেখাটি তরঙ্গায়িত হয়।

চিত্রানুযায়ী (চিত্র নং 1B.6) 21.1°C উষ্ণতায় গণনা প্রসূত রেখা PQRSTUV এবং পরীক্ষালব্ধ রেখা PQSUV বিচার করলে গ্যাসীয় রেখা PQ এবং তরল রেখা UV উভয় ক্ষেত্রেই মিল বিদ্যমান। কিন্তু মধ্যবর্তী গণনাজাত, রেখা QRSTU এবং পরীক্ষালব্ধ অনুভূমিক রেখা QSU তিনটি বিন্দুতে অর্থাৎ Q, S ও U তে মিলিত হয়েছে। অর্থাৎ একই উষ্ণতায় একই চাপে, তিনটি আয়তন বা তিনটি বাস্তব মূল সম্ভব। (যেহেতু এটি একটি ত্রিঘাত সমীকরণের রেখা চিত্র)। উষ্ণতা বৃদ্ধির সঙ্গে বক্ররেখার তিনটি বাস্তব আয়তন নিকটবর্তী হয় এবং তরঙ্গায়িত অংশ কমতে থাকে। অবশেষে ক্রান্তিক উষ্ণতায় (T_c) সমোষ্ণ রেখাটির F বিন্দুতে তিনটি আয়তন (V) একটি আয়তনে (V_c) মিলিত হয়। এবং তরঙ্গায়িত অংশ অপসৃত হয়। বিশেষ অবস্থায় (অর্থাৎ পরিপূর্ণ বাষ্পের ক্ষেত্রে অথবা অতি উত্তপ্ত তরলের ক্ষেত্রে) সমোষ্ণ রেখার QR এবং UT অংশের অস্তিত্বের প্রমাণ থাকলেও TSR অংশ অর্থাৎ চাপ বাড়লে আয়তন বাড়বে এমন কোন ঘটনার অস্তিত্ব নেই। এখানেই ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণের দুর্বলতা।

ক্রান্তিক ধ্রুবক : ক্রান্তিক বিন্দু (F) ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণের V এর তিনটি মানই ক্রান্তিক আয়তনের (V_c) সমান।

$$\text{অর্থাৎ } V = V_c$$

$$\text{অথবা } (V - V_c)^3 = 0 \quad (1B.4)$$

সমীকরণটিকে V এর অবরোধী ঘাতে সাজালে

$$V^3 - 3V_c V^2 + 3V_c^2 V - V_c^3 = 0 \quad (1B.5)$$

ক্রান্তিক বিন্দুতে ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণে (1B.3) T স্থলে T_c এবং P স্থলে P_c বসালে

$$V^3 - \left(b + \frac{RT_c}{P_c} \right) V^2 + \frac{a}{P_c} V - \frac{ab}{P_c} = 0 \quad (1B.6)$$

ক্রান্তিক বিন্দুতে (1B.5) সমীকরণ দুটি অভিন্ন। সুতরাং V এর সমঘাতের গুণাঙ্কগুলি একই হবে।

$$\text{অর্থাৎ } 3V_c = b + \frac{RT_c}{P_c} \quad (1B.7)$$

$$3V_c^2 = \frac{a}{P_c} \quad (1B.8)$$

$$V_c^3 = \frac{ab}{P_c} \quad (1B.9)$$

সমীকরণ (1B.9) কে সমীকরণ (1B.8) দিয়ে ভাগ করলে $V_c = 3b$ ✓ (1B.10)

V_c এর মান (1B.8) বসালে

$$3 \times 9b^2 = \frac{a}{P_c} \text{ অথবা } P_c = \frac{a}{27b^2} \quad (1B.11)$$

আবার (1B.7) এ V_c ও P_c এর মান বসালে

$$3 \times 3b = b + \frac{RT_c}{a} \times 27b^2 \text{ অথবা } T_c = \frac{8a}{27Rb} \quad (1B.12)$$

ড্যান ডার ওয়ালিস ধ্রুবক a ও b এর মান জানা থাকলে ক্রান্তিক ধ্রুবকগুলি V_c , P_c ও T_c এর নির্ধারণ করা যায়। পক্ষান্তরে ক্রান্তিক ধ্রুবকগুলির সাহায্যে a ও b এর মান নির্ধারণ করা যায়।

সমীকরণ (1B. 8) এবং সমীকরণ (1B. 10) থেকে পাওয়া যায়

$$a = 3V_c^2 P_c \text{ এবং } b = \frac{V_c}{3} \quad (1B. 13)$$

এখন দেখা যায় V_c এর চেয়ে P_c ও T_c এর সঠিক মান সম্ভব।

সুতরাং a ও b এর মান নির্ণয়ে P_c ও T_c এর ব্যবহার যুক্তিযুক্ত। যেমন (1B. 7) থেকে V_c কে দিলে

$$b = \frac{RT_c}{8P_c} \quad (1B.14)$$

আবার সমীকরণ (1B. 11) ও (1B. 14) থেকে

$$a = P_c \times 27b^2 \text{ অথবা } a = P_c \times 27 \left(\frac{RT_c}{8P_c} \right)^2$$

$$\therefore a = \frac{27}{64} \frac{R^2 T_c^2}{P_c} \quad (1B. 15)$$

সমীকরণ (1B. 7) এবং (1B. 10) থেকে পাওয়া যায় $3V_c = \frac{V_c}{3} + \frac{RT_c}{P_c}$

অথবা $\frac{8V_c}{3} = \frac{RT_c}{P_c}$

$$\text{অথবা } \frac{RT_c}{P_c V_c} = \frac{8}{3} = 2.67$$

(1B.16)

1B.14 অনুরূপ অবস্থার সূত্র (Law of Corresponding states) :

একটি গ্যাসের ক্ষেত্রে তার ক্রান্তিক চাপ, আয়তন ও উষ্ণতার নির্দিষ্ট মান থাকে। সুতরাং এগুলিকে একক হিসাবে ব্যবহার করা যায়। গ্যাসের চাপ, আয়তন ও উষ্ণতাকে ক্রান্তিক ধ্রুবকের গুণিতক হিসাবে অথবা ভগ্নাংশরূপে প্রকাশ করা যায়। প্রকৃত চাপ (P), আয়তন (V) এবং উষ্ণতাকে (T) যথাক্রমে ক্রান্তিক চাপ, ক্রান্তিক আয়তন এবং ক্রান্তিক উষ্ণতা দিয়ে ভাগ করলে পরিমিত চাপ (π), পরিমিত আয়তন (ϕ) এবং পরিমিত উষ্ণতা (θ) পাওয়া যায়।

$$\text{অর্থাৎ পরিমিত চাপ } \pi = \frac{P}{P_c} \text{ বা, } P = \pi P_c \quad (1B.17)$$

$$\text{পরিমিত আয়তন } \phi = \frac{V}{V_c} \text{ বা } V = \phi V_c \quad (1B.18)$$

$$\text{এবং পরিমিত উষ্ণতা } \theta = \frac{T}{T_c} \text{ বা, } T = \theta T_c \quad (1B.19)$$

ড্যান ডার ওয়ালস সমীকরণে উক্ত P , V ও T এর মান বসিয়ে পাওয়া যায়

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

$$\text{অথবা } \left(\pi P_c - \frac{a}{\phi^2 V_c^2}\right)(\phi V_c - b) = R\theta T_c \quad (1B.20)$$

$$\text{যেহেতু } P_c = \frac{a}{27b^2}, V_c = 3b \text{ এবং } T_c = \frac{8a}{27Rb}$$

$$\text{সমীকরণটি লেখা যায় } \left(\pi \times \frac{a}{27b^2} - \frac{a}{\phi^2 9b^2}\right)(\phi \cdot 3b - b) = R \cdot \theta \cdot \frac{8a}{27Rb}$$

$$\text{অথবা } \frac{a}{27b^2} \left(\pi - \frac{3}{\phi^2}\right) b(3\phi - 1) = R \cdot \theta \times \frac{8a}{27Rb}$$

$$\text{অথবা } \left(\pi - \frac{3}{\phi^2}\right)(3\phi - 1) = 8\theta \quad (1B.21)$$

(1B. 21) সমীকরণটি প্রকৃতপক্ষে ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণেরই রূপান্তর মাত্র। একে ভ্যান ডার ওয়ালস এর অনুরূপ অবস্থার সমীকরণ বলে। এর বৈশিষ্ট্য হল সমীকরণটি ভ্যান ডার ওয়ালসের ধ্রুবক 'a' এবং 'b' বর্জিত। এমন কি সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক R থেকেও মুক্ত। সুতরাং এটি প্রকৃতি নির্বিশেষে যে কোন তরল বা গ্যাসীয় পদার্থের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

সমীকরণটি থেকে এই সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় যে “যদি দুটি পদার্থ একই পরিমিত চাপে (π) এবং একই পরিমিত উষ্ণতায় (θ) থাকে তবে তাদের পরিমিত আয়তনও (ϕ) একই হবে।”

বিভিন্ন গ্যাসের এই ধরনের অবস্থাকে গ্যাসের অনুরূপ অবস্থা (corresponding states of gases) বলে। এবং উপরের সিদ্ধান্তকে বলা হয় অনুরূপ অবস্থার নীতি (Law of corresponding states)।

অনুরূপ অবস্থার সমীকরণ সকল পদার্থের ক্ষেত্রে নীতিগতভাবে সম্ভব হলেও ক্রান্তিক অবস্থায় এটি প্রযোজ্য হয় না। সুতরাং বলা যায় ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণ যেহেতু একটি আসন্ন সমীকরণ অনুরূপ অবস্থার সমীকরণটিও একটি আসন্ন সমীকরণ হবে।

1B.15 ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণের সীমাবদ্ধতা (Limitations of Van der Waals' equation)

বাস্তব গ্যাসের ক্ষেত্রে ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণ আদর্শ গ্যাস সমীকরণ $PV = RT$ থেকে অনেক বেশি কার্যকরী। তবু এটিকে সম্পূর্ণ ক্রটিমুক্ত বলা যায় না। এখানে ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণের কয়েকটি ক্রটির কথা বলা হয়েছে।

1) ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণের ধ্রুবক (a ও b) চাপ ও উষ্ণতায় একটি নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে ধ্রুবক জা না হলে উষ্ণতা ও চাপের সঙ্গে কিছুটা পরিবর্তিত হয়। এছাড়া ভ্যান ডার ওয়ালসের ধ্রুবক বিভিন্ন গ্যাসের ক্ষেত্রে বিভিন্ন।

2) ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণ প্রসূত ক্রান্তিক উষ্ণতায় নীচস্থ সমোষ্ণ রেখাগুলিতে একটি অংশ তরঙ্গায়িত হয় কিন্তু পরীক্ষালব্ধ রেখাগুলিতে ঐ অংশ আয়তন অক্ষের সাথে অনুভূমিক। তরঙ্গায়িত অংশের একটি অংশ (যেমন 21.1°C এ tsr অংশ (চিত্র নং 1B 6) চাপ বৃদ্ধির সঙ্গে আয়তন বৃদ্ধি নির্দেশ করে যা অভিজ্ঞতা বিরূপ।

3) ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণের প্রাপ্ত মান

$$V_c = 3b, \frac{RT_c}{P_c V_c} = 2.67$$

$$\text{কিন্তু পরীক্ষালব্ধ মান } V_c = 2b \text{ এবং } \frac{RT_c}{P_c V_c} = 3.7$$

1B.17 সারাংশ :

- বাস্তব গ্যাসের ক্ষেত্রে আদর্শ গ্যাস থেকে বিচ্যুতি লক্ষ্য করা যায়।

তার নিদর্শন অ্যামাগা রেখা এবং সংন্যমতা গুণক রেখায় দেখা যায়। নিম্ন উষ্ণতায় সব গ্যাসই আদর্শ গ্যাস থেকে বেশি সংনম্য, উচ্চচাপে সব গ্যাসই আদর্শ গ্যাস থেকে কম সংনম্য এবং বয়েল উষ্ণতায় একটি বাস্তব গ্যাসের সংনম্যতা আদর্শ গ্যাসের সমান।

- বাস্তব গ্যাসের জন্য আদর্শ গ্যাসের গভীর তত্ত্বের দুটি স্বীকার্যকে সংশোধনযোগ্য বলে মনে হয়েছে

1) অণুগুলির পারস্পরিক আকর্ষণ আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে ধরা হয়নি কিন্তু বাস্তব গ্যাসে তা স্বীকার করা হয়েছে।

2) গ্যাসের অণুগুলির আয়তন আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে নগণ্য ধরা হয়েছে কিন্তু বাস্তব গ্যাসে মোট আয়তন থেকে গ্যাসের অণুগুলির মোট কার্যকরী আয়তনকে বাদ দেবার কথা ভাবা হয়েছে।

- ভ্যান ডার ওয়ালস্ বাস্তব গ্যাসের সমীকরণ উপপাদন করেন

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \text{ [এক মোল গ্যাসের জন্য]}$$

$$\left(P + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT \text{ [n মোল গ্যাসের জন্য]}$$

- ভ্যান ডার ওয়ালস্ গ্যাসের সাহায্যে অ্যামাগা রেখার ব্যাখ্যা দেওয়া যায়।

● বাস্তব গ্যাসের (CO_2) বিভিন্ন উষ্ণতায় P-V সমীকরণ রেখা অঙ্কন করেন অ্যাড্জ। অ্যাড্জ বক্ররেখার সাহায্যে দেখা যায় প্রতি গ্যাসের একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতার (ক্রান্তিক উষ্ণতা) নীচে লেখ তিনটি ভাগে বিভক্ত, গ্যাসীয় রেখা, অনুভূমিক রেখা (গ্যাস ও তরলের সহাবস্থান) এবং তরল রেখা। উষ্ণতা বাড়ার সঙ্গে অনুভূমিক রেখার দৈর্ঘ্য কমে এবং ক্রান্তিক বিন্দুতে একটি বিন্দুতে পরিণত হয় যখন ক্রান্তিক চাপে গ্যাস সম্পূর্ণ তরলে পরিণত হয়। এই উষ্ণতা ও চাপে এক গ্রাম অণু গ্যাসের আয়তনকে প্রান্তিক আয়তন বলে। ক্রান্তিক উষ্ণতায় গ্যাস ও তরলের ঘনত্ব এক হয়।

● ভ্যান ডার ওয়ালস্ সমীকরণে একটি গ্যাসের (যেমন CO_2) 'a' ও 'b' এর মান বসিয়ে P-V বক্ররেখার লেখ অঙ্কন করলে দেখা যায় গ্যাস ও তরল অংশে বাস্তব গ্যাসের সঙ্গে মিলে যায়। কিন্তু অনুভূমিক অংশে যে তরঙ্গায়িত রেখার সৃষ্টি হয় তা অণুভূমিক রেখাকে তিনটি বিন্দুতে মেলে। ফলে এই অংশে আয়তনের তিনটি বাস্তব মান পাওয়া যায়। ক্রান্তিক বিন্দুতে তিনটি বিন্দু একটি বিন্দুতে মিলিত হয়।

ভ্যান ডার ওয়ালসের ক্ষেত্রে $V_c = 3b$, $P_c = \frac{a}{27b^2}$ এবং $T_c = \frac{8a}{27Rb}$ এবং $\frac{RT_c}{P_c V_c} = \frac{8}{3} = 2.7$

পরীক্ষালব্ধ মান $V_c = 2b$, এবং $\frac{RT_c}{P_c V_c} = 3.7$

ভ্যান ডার ওয়ালস সমীকরণের ক্ষেত্রে

$$a = \frac{27}{64} \frac{R^2 T_c^2}{P_c} \text{ এবং } b = \frac{RT_c}{8P_c}$$

● অনুরূপ অবস্থার সমীকরণ

$$\left(\pi - \frac{3}{\phi^2} \right) (3\phi - 1) = 8\theta$$

$$\pi = \frac{P}{P_c}, \phi = \frac{V}{V_c} \text{ এবং } \theta = \frac{T}{T_c}$$

● গ্যাস তরলীকরণের ক্ষেত্রে নিম্ন উষ্ণতায় (ক্রান্তিক উষ্ণতার নীচে) উচ্চ চাপ প্রয়োজন। চাপ দেওয়ার আগে প্রাথমিক শর্ত হল গ্যাসকে ক্রান্তিক উষ্ণতার নীচে নামাতে হবে। তারজন্য শীতলীকরণের বিভিন্ন পদ্ধতি আবিষ্কৃত হয়েছে যেমন। 1) হিমমিশ্রের ব্যবহার 2) উদ্বায়ী তরল ও তরলীকৃত গ্যাসের বাষ্পীভবন 3) জুল টমসন প্রভাবে শীতলীকরণ (লিডে পদ্ধতি) (এক্ষেত্রে গ্যাসকে উৎক্রম উষ্ণতার নীচে রাখতে হবে) 4) বৃক্ষ তাপ সম্প্রসারণ (এক্ষেত্রে বৃক্ষচাপ সম্প্রসারণ পদ্ধতি ও জুল টমসন প্রক্রিয়া একই সঙ্গে চলে) 5) বৃক্ষতাপ অবস্থায় চুম্বক ক্ষেত্র বিলোপ দ্বারা শীতলীকরণ।

1B.18 অনুশীলনী (একক 1A এবং 1B):

1. 27°C উষ্ণতায় ও 70 সেমি চাপে নাইট্রোজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল, গড় বেগ ও সর্বোচ্চ সম্ভাব্য বেগ নির্ণয় করুন :

$$\text{উঃ } \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \text{ অথবা } V_2 = \frac{P_1 V_1}{P_2} \times \frac{T_2}{T_1}$$

$$\therefore V_2 = \frac{76 \times 22400}{273} \times \frac{300}{70} = 26724 \text{ c.c}$$

এখন গড় বর্গবেগের বর্গমূল $C = \sqrt{\frac{3PV}{M}}$

$\therefore C = \sqrt{\frac{3 \times 70 \times 13.6 \times 981 \times 26724}{24}}$

$= 5.16 \times 10^4$ সেমি / সে.

[P = hdg] C.G.S. এককে

গড় বেগ $= \sqrt{\frac{8PV}{\pi M}} = 0.92 \times 5.16 \times 10^4$

$= 4.76 \times 10^4$ সেমি. / সে.

সর্বোচ্চ সম্ভাব্য বেগ $= 0.82 \times 5.16 \times 10^4$ সেমি. / সে.

$= 4.24 \times 10^4$ সে.মি. / সে.

যেহেতু $C \cdot C_a \cdot C_m = 1 \cdot 0.92 \cdot 0.82$

2. দেখান যে 54°C এ অক্সিজেনের গড় বর্গবেগের বর্গমূল 27°C এর উহার গড় বর্গবেগের বর্গমূলের বিগুণ নয়।

উঃ গড় বর্গবেগের বর্গমূল $C = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

$\therefore \frac{C_{54}}{C_{27}} = \sqrt{\frac{3R(273+54)}{M}} \times \sqrt{\frac{M}{3R(273+27)}}$

$= \sqrt{\frac{327}{300}} = 1.09 \approx 2$ নির্ণয় মান।

3. একই উষ্ণতায় সব গ্যাসের 1 মোলে মোট গতিশক্তি একই কেন?

উঃ ধরা যাক প্রতিটি অণুর ভর m , গড় বর্গবেগের বর্গমূল C , চাপ P ও আয়তন V । 1 মোল গ্যাসের ক্ষেত্রে গতিশক্তি অনুযায়ী সমীকরণ

$PV = \frac{1}{3} m N_0 C^2$ (N_0 = অ্যাভোগাড্রো সংখ্যা)

$$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} m N_0 C^2$$

$$= \frac{2}{3} E$$

$$[E = \frac{1}{2} N_0 m C^2 = \text{অণুগুলির মোট গতিশক্তি}]$$

$$\text{অথবা } RT = PV = \frac{2}{3} E$$

$$\text{বা, } E = \frac{3}{2} RT$$

সুতরাং গতিশক্তি উষ্ণতার উপর নির্ভরশীল অন্য কোন কারকের উপর নির্ভরশীল নয়। অতএব বলা যায় যে একই নির্দিষ্ট উষ্ণতায় এক মোল সব গ্যাসের ক্ষেত্রে মোট গতিশক্তি এক হবে।

4. কোন গ্যাসের $C_p = 0.125$, $C_v = 0.075$ হলে উহার আণবিক গুরুত্ব কত? ঐ গ্যাসের একটি অণুর মধ্যে কয়টি পরমাণু আছে?

উঃ গ্যাসের মোলার তাপগ্রাহিতার পার্থক্য

$$M(C_p - C_v) = R = 2 \text{ ক্যালরি}$$

$$[M = \text{আণবিক ভর } C_p = \text{স্থির চাপে আপেক্ষিক তাপ}$$

$$M(0.125 - 0.075) = 2$$

$$C_v = \text{স্থির আয়তনে আপেক্ষিক তাপ}]$$

$$\text{অথবা } M = \frac{2}{0.05} = 40$$

$$\text{এখন } \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{0.125}{0.075} = \frac{5}{3} = 1.66$$

∴ গ্যাসটির এক পারমাণবিক।

5. 27° উষ্ণতায় 16 গ্রাম O_2 -এর গতিশক্তির মান কত?

$$E = \frac{3}{2} nRT \text{ এখানে } E = \text{গতিশক্তি}$$

$$\therefore E = \frac{3}{2} \times 0.5 \times 8.3 \times 10^7 \times 300$$

$$n = \frac{16}{32} = 0.5 \text{ মোল}$$

$$= 18.7 \times 10^9 \text{ আর্গ}$$

$$R = 8.3 \times 10^7 \text{ আর্গ ডিগ্রী}^{-1} \text{ মোল}^{-1}$$

$$T = 300^\circ K$$

6. একটি গ্যাসের অণু ব্যাসার্ধ 1×10^{-8} cm, হলে 0°C উষ্ণতায়ও 76 cm চাপে উহার গড় মুক্ত পথ কত হবে?

$$\text{উঃ গড় মুক্ত পথ } \ell = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$$

$$\text{প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় } n = \frac{6.023 \times 10^{23}}{22400} \text{ অণু / সিসি}$$

$$\sigma = 2 \times 1 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

$$\therefore \ell = \frac{1 \times 22400}{\sqrt{2} \times 3.142 \times (2 \times 10^{-8})^2 \times 6.023 \times 10^{23}}$$

$$= 2.02 \times 10^{-5} \text{ cm}$$

7. 0°C উষ্ণতায় এক গ্রাম অণু কার্বন ডাই অক্সাইড গ্যাস 1 লিটার পাত্রে আবদ্ধ আছে। চাপ কত হবে (i) আদর্শ গ্যাস সমীকরণে (ii) ভ্যান ডার ওয়ালস্ সমীকরণের সাহায্যে গণনা করুন। [ভ্যান ডার ওয়ালস্ ধ্রুবক দেওয়া আছে $a = 3.60$ অ্যাটমস্ফিয়ার - লিটার² মোল⁻² এবং $b = 0.0428$ লিটার মোল⁻¹।

$$\text{সূত্রানুসারে (i) } P = \frac{RT}{V} = \frac{0.082 \times 273}{1} = 22.38 \text{ অ্যাটমস্ফিয়ার}$$

$$\text{(ii) } P = \frac{RT}{(v-b)} - \frac{a}{v^2}$$

$$= \frac{0.082 \times 273}{1 - 0.043} - \frac{3.60}{1^2}$$

$$= 23.39 - 3.60 = 19.79 \text{ অ্যাটমস্ফিয়ার}$$

8. হাইড্রোজেন গ্যাসের ক্ষেত্রে $T_c = 33.2^\circ\text{C}$, $P_c = 12.4$ অ্যাটম, হলে ভ্যান ডার ওয়ালস্ ধ্রুবক 'a' ও 'b'-এর মান নির্ণয় করুন। [$R = 0.082$ লি. অ্যাটম. ডিগ্রী⁻¹ মোল⁻¹]

$$\text{ভ্যান ডার ওয়ালস্ } \ell = \frac{RT_c}{8P_c} = \frac{0.082 \times 33.2}{8 \times 12.4}$$

$$= 0.027 \text{ লি. মোল}^{-1}$$

$$a = \frac{27}{64} \times \frac{R^2 T_c^2}{P_c} = \frac{27}{64} \times \frac{(0.082)^2 (33.2)^2}{12.4}$$

$$= 0.252 \text{ অ্যাটম. লিটার}^2 \text{ মোল}^{-2}$$